

Universidade Federal de Santa Catarina

Programa de Pós-Graduação em Ciência e Engenharia de Materiais

Andre Rafael Cunha

**Caracterização de sistemas porosos de rochas
reservatório de petróleo a partir da
extração de redes poro-ligações**

Dissertação de Mestrado
Florianópolis, maio de 2012



Catálogo na fonte pela Biblioteca Universitária
da
Universidade Federal de Santa Catarina

C972c Cunha, Andre Rafael

Caracterização de sistemas porosos de rochas reservatório de petróleo a partir da extração de redes poro-ligações [dissertação] / Andre Rafael Cunha ; orientador, Celso Peres Fernandes. - Florianópolis, SC, 2012.

140 p.: il., grafs., tabs.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico. Programa de Pós-Graduação em Ciência e Engenharia de Materiais.

Inclui referências

1. Engenharia de materiais. 2. Porosidade. 3. Permeabilidade. 4. Rochas. I. Fernandes, Celso Peres. II. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Ciência e Engenharia de Materiais. III. Título.

CDU 620.1

Andre Rafael Cunha

CARACTERIZAÇÃO DE SISTEMAS POROSOS DE ROCHAS
RESERVATÓRIO DE PETRÓLEO A PARTIR DA
EXTRAÇÃO DE REDES PORO-LIGAÇÕES



Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Ciências e Engenharia de Materiais da Universidade Federal de Santa Catarina para obtenção do grau de MESTRE EM ENGENHARIA especialidade *Ciência e Engenharia de Materiais*.

Orientador: *Prof. Celso Peres Fernandes, Dr.*



Florianópolis
2012



autor/author

Andre Rafael Cunha

✉ *endereço*

Laboratório de Meios Porosos e Propriedades Termofísicas
Programa de Pós-Graduação em Ciência e Engenharia de Materiais
Departamento de Engenharia Mecânica
Universidade Federal de Santa Catarina
Florianópolis, SC
Brasil

✉ *address*

Laboratory of Porous Media and Thermophysical Properties
Graduate Program in Materials Science and Engineering
Department of Mechanical Engineering
Federal University of Santa Catarina
Florianópolis, SC
Brazil

🌐 *web*

www.ufsc.br
www.pgmat.ufsc.br
www.lmpt.ufsc.br

📎 *doc*

Dissertação de mestrado / Master dissertation

data/date

Maio de 2012 / May 2012

Andre Rafael Cunha



*Caracterização de sistemas porosos de rochas reservatório
de petróleo a partir da extração de redes poro-ligações*



Esta dissertação foi julgada adequada para obtenção do grau de MESTRE EM ENGENHARIA especialidade *Ciência e Engenharia de Materiais*, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Ciências e Engenharia de Materiais da Universidade Federal de Santa Catarina.

Florianópolis, 04 de maio de 2012



Prof. Carlos A. S. de Oliveira, Dr.
Coordenador do Programa

Prof. Celso Peres Fernandes, Dr.
Orientador



Banca examinadora



Prof. Fabiano Gilberto Wolf, Dr.
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Guilherme M. de O. Barra, Dr.
Universidade Federal de Santa Catarina

Eng. Rodrigo Surmas, Dr.
CENPES, Petrobras

*A meus pais, Anildo e Marta,
minha cúmplice, Mayana,
meu irmão, Jr., e seu
pequenino Igor.*

E aos queridos amigos.

Luz que eu adoro, grande Luz que eu amo,
Movimento vital da Natureza,
Ensina-me os segredos da Beleza
E de todas as vozes por quem chamo.

Mostra-me a Raça, o peregrino Ramo
Dos Fortes e dos Justos da Grandeza,
Ilumina e suaviza esta rudeza
Da vida humana, onde combato e clamo.

Desta minh'alma a solidão de prantos
Cerca com os teus leões de brava crença,
Defende com os teus gládios sacrossantos.

Dá-me enlevos, deslumbra-me, da imensa
Porta esferral, dos constelados mantos
Onde a Fé do meu Sonho se condensa!

Luz da Natureza
Cruz e Souza
★ 1861 † 1898

Agradecimentos

Turbulentos momentos se passaram nos últimos anos... Assim, adoto a cautela como estandarte para saudar aqueles que me receberam. E pela singela ocasião deste trabalho, faço-lhes saber alguns desses nomes.

1 *Sou* extremamente grato aos professores Luís O. Emerich e Fabiano G. Wolf pelas sinceras receptividade e cordialidade. Agradeço o Prof. Celso P. Fernandes pela oportunidade.

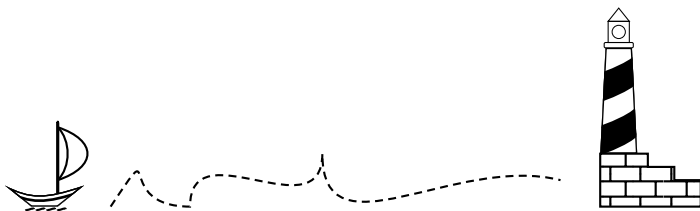
2 *Brindo* aos colegas e amigos do LMPT por proporcionarem um ambiente de trabalho leve e “sóbrio”. Agradeço o PGMAT pela oportunidade. Sou grato à paciente cortesia dedicada pela banca avaliadora e seus comentários.

3 *Intimamente*, são dignos de minha eterna gratidão: meus amigos e minha afável família, vigias incansáveis do distante farol que, hoje percebo, jamais se apagou.

Desejo a todos, aquilo que muitas vezes me inspiraram:

— Força!

Andre Rafael Cunha.
Jordão, maio de 2012.



“Não julgues pela aparência.”

João, 7.24

“Não podemos deixar de falar do que temos visto.”

Atos, 4.20

RESUMO

Caracterização de sistemas porosos de rochas reservatório de petróleo a partir da extração de redes poro-ligações.

Em aplicações tecnológicas, inúmeros são os casos em que os materiais porosos merecem atenção destacada. Por isso, grande esforço é devotado para conhecer e descrever suas propriedades. Nesse sentido, as técnicas de análise de imagens constituem-se em uma útil ferramenta, as quais permitem, a partir de uma imagem 3D gerada por microtomografia de raios-X, a inferência de algumas propriedades do meio em questão – tais como porosidade, distribuição de tamanho de poros (via morfologia matemática, DTP-M) e correlação espacial – que são obtidas com um mínimo processamento da imagem original. Outras grandezas comumente almejadas estão relacionadas com a simulação de fenômenos físicos na imagem, como por exemplo, a permeabilidade. Mas tais performances podem ser computacionalmente onerosas devido à complexidade da estrutura porosa, levando-nos a buscar uma maneira de simplificar a fase porosa, i.e., capturar a rede poro-ligações do material. No presente trabalho, adotamos o *algoritmo das bolas máximas* (a-BM) para tal finalidade, e de posse do meio já simplificado, propomos um método semianalítico para a determinação da permeabilidade absoluta. Além disso, dessa rede, outras informações podem ser prontamente obtidas, tais como distribuição de número de coordenação (DNC), de poros esféricos (DT-PE) e gargantas cilíndricas (DT-GC), as quais complementam a caracterização das amostras estudadas. Essa metodologia foi percorrida para cinco amostras de rochas: três arenitos e dois carbonatos. E como primeiro resultado, encontramos consistente concordância entre a distribuição de tamanho de poros de a-BM e DTP-M. Ademais, constatamos que a descrição de cada grupo de rochas é internamente consistente, i. e., a partir de DNC, DT-PE e DT-GC percebe-se as semelhanças das rochas que pertencem a um mesmo grupo, além de concordar com os valores da literatura. Obtemos, além disso, para duas amostras que dispõem de valores experimentais de permeabilidade, uma boa concordância com os valores calculados.

PALAVRAS-CHAVE: Meios porosos. Análise de imagens. Redes poro-ligações.

ABSTRACT

Porous system characterisation of petroleum reservoir rocks based on pore network extraction.

There are a wide range of technological applications where porous materials play a principal role. In these cases, much effort is devoted to describe its properties. In this sense, image analysis techniques are useful tools that allow us, from a 3D image built by X-ray microtomography, extract some properties of the medium – such as porosity, pore size distribution (*via* mathematical morphology (DTP-M)) and spatial correlation – which are obtained with a little of processing of the original image. Other quantities commonly inquired are related to a simulation of physical phenomena in the image, such as permeability. Due to the high computational cost of such simulations, the simplification of the porous phase must be pursued. In the present work, we adopt the *maximal ball algorithm* (a-BM) to this end, and based in this simplified lattice, we propose a semi-analytical method to determine absolute permeability. Besides, from this pore network model other informations can be promptly obtained such as the distribution of coordination number (DNC), espherical pores (DT-PE) and cylindrical throats (DT-GC) which complement the characterisation of the studied samples. We apply this methodology to five samples of rocks: three sandstones and two carbonate. As first results, we observe a consistent agreement between pore size distribution obtained from a-BM and that from DTP-M. Furthermore, we note that the description of each group of rocks is internally consistent, i. e., from DNC, DT-PE and DT-GC we can perceive the similarities of the rocks belonging to the each group, besides the agreement with current literature. In addition, we obtain, for the two samples that have experimental values of permeability, good agreement with the calculated values.

KEYWORDS: Porous media. Image analysis. Pore network.

SUMÁRIO

Lista de Figuras	xxi
Lista de Tabelas	xxiii
Lista de Símbolos	xxv
Prefácio	29
1 Introdução	33
1.1 Objetivos	35
I Meios porosos	37
2 Caracterização macroscópica	39
2.1 Porosidade	39
2.2 Permeabilidade	39
2.2.1 Unidades físicas	42
2.2.2 Limitações da Lei de Darcy	42
2.3 Condutância hidráulica	43
2.4 Resistência hidráulica	43
2.5 Considerações finais	44
3 Caracterização microscópica	47
3.1 Geometria, topologia, e segmentação do espaço vazio	47
3.1.1 Raio hidráulico	48
3.1.2 Fator de forma	50
3.1.3 Objetos com volume (3D)	51
3.2 Distribuição de tamanho de poros	53
3.3 Propriedades estatísticas	53
3.4 Comentários finais	57
4 Fenomenologia em meios porosos	59
4.1 Molhabilidade	59
4.2 Capilaridade	59
4.3 Curvas de pressão capilar	61
4.3.1 Curvas de pressão capilar de materiais reais	64

II	Problema e solução	69
5	Petróleo e análise de imagens	71
5.1	O problema	71
5.2	A solução via análise de imagens	73
5.2.1	Obtenção e preparação da amostra	74
5.2.2	Microtomografia de raios-X	75
5.2.3	Processamento de imagens	77
5.3	Considerações finais	78
6	Modelização: matemática e meios porosos	79
6.1	Materiais irregulares e não suaves	80
6.2	Análise de imagens	83
6.2.1	Morfologia Matemática	83
6.2.2	Descrição estatística e reconstrução 3D	85
6.3	Comentários finais	87
7	Algoritmo das bolas máximas	89
7.1	Descrição	89
7.2	Considerações finais	93
8	Determinação da permeabilidade	95
8.1	Hipóteses e considerações preliminares	95
8.2	Conservação da massa	96
8.3	Resistência hidráulica equivalente	97
8.4	Fluxo Q entre poros	98
8.5	Lei de Darcy: uma equação macroscópica	98
8.6	Exemplo	98
8.7	Comentários e críticas	101
III	Resultados e discussão	103
9	Resultados	105
9.1	Discussão dos resultados	107
9.1.1	Porosidade	107
9.1.2	Comparação entre DTP-M e DTP-BM	108
9.1.3	Gráficos de DT-PE, DT-GC e DNC	109
9.1.4	Permeabilidade	113
10	Conclusão	115
10.1	Considerações finais e trabalhos futuros	116

IV	Apêndices	119
A	A equação de Young-Laplace	121
A.1	Tensão superficial	121
A.2	Capilaridade	122
A.3	Eq. de Young-Laplace para uma superfície qualquer	124
B	Noções básicas sobre imagens digitais	127
B.1	Morfologia matemática em espaços discretos	128
C	Publicações	133
	Referências Bibliográficas	135

Lista de Figuras

2.1	Experimento de Darcy	40
2.2	Associação em série de resistências hidráulicas.	44
3.1	Segmentação da fase porosa \mathcal{F}_v em <i>poros e gargantas</i>	48
3.2	Topologia de redes de poros	49
3.3	Tubo com seção quadrada	50
3.4	Limitação das definições 2D para objetos irregulares	52
3.5	Processo de peneiramento	54
3.6	Imagem binarizada de um material poroso	55
3.7	Comportamento da função correlação	56
4.1	Ângulos de contato	60
4.2	Fenômeno da capilaridade	61
4.3	Drenagem de um fluido molhante	62
4.4	Curva de saturação de um meio poroso idealizado	64
4.5	Curva de saturação de um meio poroso real	65
4.6	Raio crítico ou raio de <i>percolação</i>	66
4.7	Saturação irredutível e residual	67
4.8	Curva de saturação para uma rocha selante	68
5.1	Deslocamento de fluidos imiscíveis	72
5.2	Testemunhos e plugues de rochas reservatório	74
5.3	Exemplo de extração de imagens 2D	75
5.4	Exemplo de imagem 3D obtida por μ -CT de raios-X	75
5.5	Etapas de captação por μ -CT de raios-X	76
5.6	Resultado da aplicação do algoritmo das bolas máximas	78
6.1	Simetria e cultura	80
6.2	Imagem binarizada de um material poroso	81
6.3	Desafios do alfaiate	82
6.4	Interpretações das operações morfológicas	85
6.5	Determinação da DTP por morfologia matemática	86
6.6	Propriedades estatísticas e reconstrução 3D	87
6.7	Várias escalas de poros	88
7.1	Representação do espaço vazio por bolas máximas	89
7.2	Aglomeração das bolas máximas	90

7.3	Dimensões usadas para determinar o comprimento l_{ij}^g da garganta entre os poros i e j	92
7.4	Aplicação do algoritmo na imagem C1	94
8.1	Esquema de uma rede de poro-ligações em um VER	96
8.2	Simplificação da resistência hidráulica pelo raio hidráulico	97
8.3	Rede simples para o exemplo.	98
9.1	Imagens de fatias dos meios porosos utilizados.	106
9.2	Correlação das diversas amostras	107
9.3	Comparação entre morfologia e o algoritmo BM	108
9.4	Gráfico de comparação entre DTP-M e DT-PG	109
9.5	Distribuições de números de coordenação	111
9.6	DT-PE e DT-GC obtidos pelo algoritmo BM	112
A.1	Tensão superficial devido à assimetria de forças	121
A.2	Tensão superficial.	122
A.3	Forças atuantes após a invasão capilar.	123
A.4	Relação entre r_c e r_M	124
A.5	Elemento de superfície	125
A.6	Relações entre $d\theta_1$, R_1 e ds_1	125
B.1	Função imagem	127
B.2	Exemplo de imagem em escala de cinza e sua binarização	128
B.3	Resolução de imagens digitais	129
B.4	Vizinhanças de <i>pixels</i> e <i>voxels</i>	129
B.5	Bola de raio $r = 2$ pela distância Euclidiana no caso discreto.	130
B.6	Aproximação da bola Euclidiana de $r = 2$ pela métrica D_{3-4}	131

Lista de Tabelas

3.1	Fatores de forma circular	51
4.1	Pressão capilar <i>versus</i> saturação	63
9.1	Valores de permeabilidade	113
9.2	Dados das amostras	114

LISTA DE SÍMBOLOS

(A presença de um \square simboliza a possibilidade de subscritos e sobrescritos.)

SÍMBOLOS REFERENTES AOS PREFIXOS DE ORDENS DE GRANDEZA

<i>Símbolo</i>	<i>Descrição</i>	<i>Valor</i>
c	centi	10^{-2}
m	mili	10^{-3}
μ	micro	10^{-6}

SÍMBOLOS REFERENTES À ANÁLISE DIMENSIONAL

<i>Símbolo</i>	<i>Descrição</i>	<i>Unidade (SI)</i>
L	comprimento	m
M	massa	kg
T	tempo	s
Θ	temperatura	K

SÍMBOLOS LATINOS

<i>Símbolo</i>	<i>Descrição</i>	<i>Unidade</i>	<i>Dimensão</i>
<i>minúsculo</i>			
\square^g	grandeza relacionada à uma garganta		
dA	elemento de área infinitesimal	m^2	L^2
ds	elemento de arco infinitesimal	m	L
f	função		
g	aceleração da gravidade	m/s^2	LT^{-2}
h_{\square}	altura	m	L
i, j, m, n	índices		
k	permeabilidade absoluta	m^2	L^2
l_{\square}	comprimento	m	L
p_{\square}	pressão	Pa	$L^{-1}MT^{-2}$

p_c	pressão capilar	Pa	$L^{-1}MT^{-2}$
p_m	pressão do fluido molhante	Pa	$L^{-1}MT^{-2}$
p_{nm}	pressão do fluido não molhante	Pa	$L^{-1}MT^{-2}$
r_\square	raio	m	L
r_c	raio do capilar	m	L
r_H	raio hidráulico	m	L
r_M	raio médio do menisco	m	L
v	velocidade de filtro	m/s	LT^{-1}
x, y, z	coordenadas cartesianas		
z_\square	altura	m	L
<i>maiúsculo</i>			
A	área normal à direção de um fluxo	m^2	L^2
A_{irr}	área de uma seção reta com perímetro irregular	m^2	L^2
$C_{\mathcal{F}_i}$	segundo momento da função de fase $Z_{\mathcal{F}_i}$		
G_π	fator de forma circular		
G_π^{3D}	fator de forma para objetos volumétricos		
I_\square	intensidade luminosa	W/m^2	MT^{-3}
K	condutividade hidráulica	m/s	LT^{-1}
L_\square	comprimento	m	L
L_{irr}	comprimento de um objeto irregular	m	L
P	perímetro	m	L
P_{irr}	perímetro de um objeto irregular	m	L
Q	vazão ou fluxo	m^3/s	L^3T^{-1}
R_a	raio da bola máxima a	m	L
R_{cr}	raio crítico ou de <i>percolação</i>	m	L
S	saturação		
S_m^*	saturação irreduzível do fluido molhante		
S_{nm}^*	saturação residual do fluido não molhante		
V_\square	volume	m^3	L^3
V_p	volume de poros	m^3	L^3
V_{irr}	volume de um objeto irregular	m^3	L^3
W	trabalho	J	ML^2T^{-2}
$Z_{\mathcal{F}_i}$	função de fase associada à fase \mathcal{F}_i		
<i>negrito</i>			
$\hat{\mathbf{k}}$	versor na direção vertical (eixo-z)		
\mathbf{u}	vetor deslocamento ou dispersão	m	L
\mathbf{v}	vetor velocidade de filtro	m/s	LT^{-1}
\mathbf{x}	vetor posição de um <i>pixel</i> na imagem $\equiv (x, y)$		

SÍMBOLOS CALIGRÁFICOS

<i>Símbolo</i>	<i>Descrição</i>	<i>Unidade</i>	<i>Dimensão</i>
\mathcal{F}_i	i -ésima fase do material poroso		
\mathcal{F}_s	fase sólida do material poroso		
\mathcal{F}_v	fase porosa (vazio) do material poroso		

SÍMBOLOS GREGOS

<i>Símbolo</i>	<i>Descrição</i>	<i>Unidade</i>	<i>Dimensão</i>
<i>minúsculo</i>			
α	número de bolas máximas contidas \mathfrak{M}		
γ	condutância hidráulica	$\text{m}^5 \text{ s/kg}$	$\text{L}^5 \text{ T M}^{-1}$
γ_π	condutância hidráulica ponderada pelo fator de forma G_π	$\text{m}^5 \text{ s/kg}$	$\text{L}^5 \text{ T M}^{-1}$
ε	espessura do material	m	L
η	viscosidade	Pa s	$\text{M L}^{-1} \text{ T}^{-1}$
θ	ângulo de contato		
λ	coeficiente de atenuação	m^{-1}	L^{-1}
ρ	densidade do fluido	kg/m^3	M L^{-3}
σ	tensão superficial	N/m	M T^{-2}
ϕ	porosidade		
ϕ_e	porosidade efetiva		
$\phi_{\mathcal{F}_i}$	primeiro momento da função $Z_{\mathcal{F}_i}$		
<i>maiúsculo</i>			
Ω_\square	resistência hidráulica	$\text{kg}/(\text{m}^4 \text{ s})$	$\text{M L}^{-4} \text{ T}^{-1}$

SÍMBOLOS GÓTICOS

<i>Símbolo</i>	<i>Descrição</i>	<i>Unidade</i>	<i>Dimensão</i>
<i>minúsculo</i>			
α	bola pertencente ao conjunto ℳ		
<i>maiúsculo</i>			
ℳ	conjunto que contém as maiores bolas		

SIGLAS E ACRÔNIMOS

<i>Símbolo</i>	<i>Descrição</i>
<i>acrônimo</i>	
2D e 3D	bi e tridimensional
pixel	do inglês <i>picture element</i>
VER	Volume Elementar Representativo (em inglês <i>Representative Elementar Volume, REV</i>)
voxel	do inglês <i>volume element</i>
<i>sigla</i>	
a-BM	algoritmo das bolas máximas
BM	bolas máximas
CCD	<i>charge-coupled device</i> (em português <i>dispositivo de carga acoplada</i>)
DT	distribuição de tamanho
DTP	DT de poros
DTP-BM	DTP obtida por a-BM
DTP-M	DTP obtida por morfologia (M) matemática
DT-GC	DT das gargantas cilíndricas (GC)
DT-PE	DT dos poros esféricos (PE)
μ-CT	microtomografia computadorizada (em inglês <i>micro-computed tomography</i>)

PREFÁCIO

No findar do século XIX, a ciência logrou sucesso em conhecer algumas propriedades da matéria, dentre elas, a descontinuidade. A propagação dessa informação para as escalas micro e macroscópicas nos permite ingenuamente — porém, verdadeiramente — concluir que todo sólido é um material poroso, pois existem espaços intersticiais entre sua estrutura.

Do ponto de vista técnico, esse entendimento é pouco prático. Portanto, atribuímos um segundo critério para discernir quando estamos interessados nas propriedades porosas de um meio (Dullien, 1979):

1. o material deve conter espaços vazios, os quais designamos por *poros*, entre a matriz sólida.
2. esses espaços devem ser relevantes para as propriedades de transporte de fluidos em seu interior, i.e., o material é permeável a determinados fluidos. E nesse sentido, os efeitos capilares são uma boa maneira de atestar a natureza porosa do material.

Dotados desse conceito, podemos perceber a variabilidade de atividades e indústrias que se beneficiam da compreensão sobre esses materiais, como por exemplo, produtos têxteis, papéis, tijolos, concreto e outros tipos de cerâmicas; solos e rochas; filtros físicos, químicos e biológicos. Isso significa que uma gama ilimitada de ciências — como geologia, hidrologia, petrologia, engenharias ambiental e química, metalurgia, indústria cerâmica, dentre muitas outras — anseiam por caracterizar e manipular suas propriedades.

Neste trabalho, tratamos da determinação de propriedades de um material poroso através do uso de técnicas de análise de imagens. Especificamente, lidamos com um método de representação do espaço vazio exibido em uma imagem de um material poroso, de tal forma que nos permita a inferência de importantes parâmetros do meio em questão.

A dissertação está organizada da seguinte forma:

Na primeira parte, introduzimos os principais conceitos e propriedades de um meio poroso, bem como alguns fenômenos que ocorrem devido ao escoamento de fluidos em seu interior; alguns assuntos dessa parte se tornam mais claras durante desenvolvimentos posteriores, como a seção que aborda as propriedades estatísticas.

Na segunda parte, fazemos a devida contextualização de como o conhecimento de alguns parâmetros podem ser úteis para a indústria de exploração de petróleo – cujo interesse é o principal motor desta dissertação –, e intentamos demonstrar a utilidade da análise de imagens como ferramenta para caracterização de materiais porosos. Prosseguimos, então com a explicação da

ideia subjacente ao *algoritmo das bolas máximas* (a-BM) (Dong, 2007), bem como a determinação da permeabilidade na imagem processada.

A terceira parte é devotada aos resultados obtidos da aplicação dessa metodologia a cinco amostras de rochas: três arenitos e dois carbonatos.

A §10 está encarregada de tecer nossas conclusões acerca do tema. Resaltamos que a maioria dos capítulos possui seus próprios comentários em sua parte final, para que algumas observações fiquem plenamente contextualizadas no respectivo escopo, evitando adiá-lo para a derradeira conclusão, e reservando, dessa forma, §10 para os tópicos que julgamos essenciais.

Incluímos, por fim, três apêndices: o primeiro trata da equação de Young-Laplace; o segundo versa sobre noções ínfimas de análise de imagens; e o terceiro lista as publicações originadas durante a confecção desta dissertação.

Agradecimentos

Por julgar mais oportuno, gostaria aqui de explicitar minha gratidão quanto às *questões técnicas*, e dessa forma demonstrar sobretudo o caráter coletivo desses dois anos de trabalho. Primeiramente, agradeço a colega Denise P. Kronbauer por compartilharmos o mesmo projeto. E nesse sentido, estendo esses agradecimentos aos colegas Anderson C. Moreira, Iara F. Mantovani e Laura R. Medeiros por toda ajuda com as imagens utilizadas. Agradeço a colega Mayka Schmitt por ceder gentilmente os dados experimentais do gráfico da Fig 4.8, e o prof. Luís O. Emerich dos Santos pela simulação da Fig 5.1, e pelas mais variadas conversas. E por este último motivo, incluo também o colega Luiz A. Hegele Jr.. Por intermediar o acesso a alguns dados e amostras provenientes da Petrobras, agradeço o Dr. Eng. Rodrigo Surmas. Naturalmente, pela objetiva orientação, agradeço prof. Celso Peres Fernandes. Para desculpar-me pela rudeza de esquecer algum nome, agradeço os demais colegas do Laboratório de Meios Porosos e Propriedades Termofísicas (LMPT). Por sua ajuda com os códigos computacionais em um primeiro momento, agradeço o amigo Paulo H. S. de Santana.

Menciono a colaboração com os colegas do LAPIX (Laboratório de Processamento de Imagens e Computação Gráfica¹), entidade integrante do INCoD (Instituto Nacional de Convergência Digital²). A eles coube a implementação de a-BM (§7). E para aqueles cuja curiosidade repousa nas questões computacionais do algoritmo, indicamos as dissertações de seus membros, a serem publicadas³ no decorrer de 2012.

Agradeço a agência de fomento CAPES (Coordenação de Aperfeiçoa-

¹www.lapix.ufsc.br

²www.incod.ufsc.br

³E como primeira referência, citamos o trabalho de Silva (2012).

mento de Pessoal de Nível Superior⁴) pela concessão de uma bolsa de mestrado, e a FEESC (Fundação de Ensino e Engenharia de Santa Catarina⁵) e Petrobras⁶ por dois meses extra de bolsa para finalização do trabalho.

Por fim, devido a uma latente gratidão menciono ainda a ampla comunidade de *software* livre e suas úteis ferramentas de trabalho. Cito os projetos: GNU⁷, Linux⁸, T_EX e seus desdobramentos⁹, Inkscape¹⁰ e *The R Project for Statistical Computing*¹¹.

⁴www.capes.gov.br

⁵www.feesc.org.br

⁶www.petrobras.com.br

⁷www.gnu.org

⁸www.linux.org

⁹www.ctan.org

¹⁰www.inkscape.org

¹¹www.r-project.org

1 INTRODUÇÃO

No decorrer dos últimos séculos, a ciência revelou uma forte tendência de estender sua abrangência em direção ao diminuto. É bem verdade que germens desse pensamento tem presença perene na história da ciência ocidental, como o próprio significado da palavra grega *átomo* (indivisível) nos revela.

Com o significativo desenvolvimento proposto pela física newtoniana, um grande passo foi dado para quantificar as medições macroscópicas. Com a esperança de que as leis da mecânica clássica tivessem validade universal, alguns cientistas intentaram exprimir o estado macroscópico como resultado da dinâmica microscópica de pequeninas entidades. Um famoso exemplo é o livro intitulado *Hidrodinâmica*, de 1738, do cientista suíço Daniel Bernoulli, no qual ele interpretou um gás como sendo constituído de minúsculas partículas rígidas. Apesar da simplicidade do modelo, isso lhe permitiu compatibilizar, ou melhor, deduzir a então conhecida Lei de Boyle (Nussenzveig, 2002, p. 241).

No século posterior, os trabalhos de ricas gerações — que como expoentes citamos Clausius, Maxwell, Boltzmann e Gibbs — conseguiram, por fim, elevar a hipótese atômica ao patamar de uma teoria científica. Essa teoria em tão pouco tempo foi sistematicamente expandida até os limites da atual física quântica.

Dentro dessa tendência de incorporar as contribuições da escala microscópica nas predições macroscópicas, um caminho semelhante, porém mais moderado, foi trilhado pelo estudo da dinâmica dos fluidos em meios porosos. Podemos visualizar essa tendência da seguinte forma:

- i. Primeiramente, houve a concepção de relações empíricas juntamente com seus parâmetros, capazes de captar a essência macroscópica.
- ii. Em seguida, o surgimento da onipresente e irrefreável necessidade de refinar os modelos que tão pobremente se ajustavam aos dados, incorporando características de diversos fenômenos físicos e químicos, como convecção (mecânica do contínuo), difusão (teoria cinética dos gases) e fenômenos de interface (capilaridade e molhabilidade), revelando uma preocupação em computar as contribuições das menores escalas.
- iii. Consequentemente, isso provocou a nobre tentativa de agregar alguma compreensão sobre a pequeníssima e complexa estrutura porosa na qual se dão esses fenômenos.

Esse é ainda o modesto e atual estágio em que se encontra essa ousada ciência cujas aspirações constituem-se na matéria-prima desta dissertação.

Além disso, se nos posicionarmos em um panorama mais elevado, no qual o estudo de escoamentos em meios porosos se torna uma parte própria da

dinâmica de fluidos, ficaríamos surpresos da notável resistência desta última em se permitir compreender. Poderíamos argumentar que essas dificuldades residem no fato de serem ponto de convergência de várias áreas cujas especificidades apresentam suas próprias deficiências:

- i. as dificuldades matemáticas de se tratar as equações de movimento;
- ii. em alguns casos, a necessidade de severas simplificações físicas para os modelos propostos;
- iii. em outras situações, a necessidade de se incluir fenômenos químicos como nos casos de haver combustão ou transporte em membranas;
- iv. a limitação da performance de cuidadosos experimentos;

Todos esses fatores acabam por frustrar o desenvolvimento dessa rica e ampla ciência.

Cabe aqui uma longa, porém oportuna, citação de Prandtl & Tietjens (1934, p. vii):

For about thirty years there has existed a certain trend to bring together again, as was the case in Euler's days, the theoretical or mathematical hydrodynamics and the so-called hydraulics which was based almost entirely on experiments.

During the brilliant development of theoretical hydrodynamics in the second half of the last century, contact with reality and practical engineering problems was more and more lost. This is was due to the fact that in this so-called classical hydrodynamics everything was sacrificed to logical constructions and no results could be obtained unless they could be deduced from basic equations. Yet, in order to overcome the mathematical difficulties, these equations were simplified in a manner which often was not permissible even as an approximation.

The hydraulics, on the other hand, which tried to answer the multitudinous problems of practice, disintegrated into a collection of unrelated problems. Each individual question was solved by assuming a formula containing some undetermined coefficients and then determining this by experiments. Each problem was treated as a separate case and there was lacking an underlying theory by which the various problems could be correlated.

É bem verdade que com a capacidade de realização de cálculos ordinários pelos computadores, e a evolução dos métodos numéricos, temos conseguido um avanço real em nossa tecnologia a qual pode ser diretamente constatada por nossas atividades cotidianas. Não obstante, os desenvolvimentos em aspectos fundamentais possuem lenta evolução, como no caso do fenômeno da turbulência, por exemplo.

1.1 OBJETIVOS

O objetivo geral desta dissertação é a caracterização de sistemas porosos de rochas reservatório de petróleo a partir da extração de redes poro-ligações da imagem 3D do meio poroso.

Como objetivos específicos, enunciamos:

1. Inferir a porosidade dos materiais a partir das imagens e comparar com os dados experimentais disponíveis.
2. Conhecer a distribuição de tamanho de poros, e comparar com aquela obtida por morfologia matemática visando testar a consistência dos resultados.
3. Determinar a distribuição de número de coordenação.
4. Calcular a permeabilidade absoluta do material, e comparar com os dados experimentais disponíveis.

É importante salientar que *não é do escopo desta dissertação se preocupar com a determinação experimental das grandezas envolvidas*. Portanto, não procedemos com a descrição de métodos experimentais. Para informações dessa natureza, recomendamos Dullien (1979) e Scheidegger (1974) como primeiras referências¹.

¹Apesar de Dullien (1979) e Scheidegger (1974) focarem primordialmente na descrição teórica, seus textos comentam e descrevem alguns procedimentos experimentais, citando suas respectivas referências.

Parte I

Meios porosos

2 CARACTERIZAÇÃO MACROSCÓPICA

Dedicamos este capítulo à introdução de algumas grandezas macroscópicas usadas no decorrer do texto.

2.1 POROSIDADE

A porosidade é uma grandeza que sintetiza a razão entre os volumes vazio e total de um material. Sua determinação, dessa forma, reside basicamente na medição do volume de um fluido que a amostra pode reter, e o volume total da própria amostra.

Conforme mencionado anteriormente, um material poroso é constituído de duas fases, a saber,

1. uma sólida, a qual denotamos por \mathcal{F}_s ;
 2. e outra fase formada pelos espaços vazios ou *poros*, designado por \mathcal{F}_v .
- A medida da fração de poros na amostra é conhecida como *porosidade* ϕ , e é convenientemente escrita como:

$$\phi = \frac{V_p}{V} \quad ,$$

onde V_p é o volume dos poros e V é o volume total da amostra considerando-se a matriz sólida e os poros. A porosidade é uma maneira de inferir a quantidade de fluido que um material pode reter em sua estrutura.

É natural ponderar que em uma estrutura complexa nem todos os poros são acessíveis ou interconectados, razão pela qual não contribuem para as propriedades de transportes, nos levando a realizar a seguinte distinção:

1. *porosidade total*: definida anteriormente;
2. *porosidade efetiva* ϕ_e : definida por

$$\phi_e = \frac{V_p^*}{V} \quad ,$$

onde V_p^* é o volume de poros interconectados.

2.2 PERMEABILIDADE

A permeabilidade intrínseca ou absoluta k é uma propriedade do meio poroso (exclusivamente do meio, constituindo-se em uma característica geométrica) relacionada à capacidade do material de permitir um fluxo através de sua estrutura.

Em 1856, o engenheiro francês Henry Darcy propôs uma relação empírica, conhecida como Lei de Darcy onde a vazão Q de um fluido através um meio granular é dada por (Fig. 2.1),

$$Q = KA \frac{h_1 - h_2}{L} ,$$

onde, K é a condutividade hidráulica, h_1 é a altura piezométrica relacionada com a entrada do fluido no material, e h_2 relacionada à saída; A a área da seção transversal onde se dá a vazão e L o comprimento do percurso. A diferença de altura $h_1 - h_2$ está relacionada com as pressões nos respectivos pontos, ou seja, traduz a ideia de um potencial hidráulico. Dessa forma, concebemos a condutividade hidráulica K como uma constante de proporcionalidade linear entre o fluxo e o referido potencial.

Experimento de Darcy

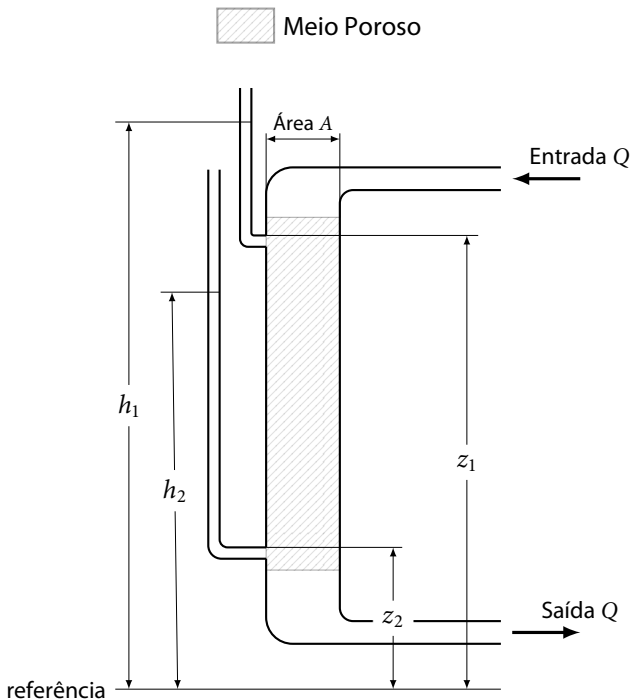


Figura 2.1: Esquema ilustrando o experimento de Darcy (Fonte: Scheidegger, 1963) .

Reescrevemos a altura h_i em função da coluna de fluido dos manômetros,

$$h_i = z_i + \frac{p_i}{\rho g} \quad , \quad \text{para } i = 1, 2 \quad ,$$

resultando, portanto, em,

$$Q = -\frac{KA}{L} \left[\frac{\Delta p}{\rho g} + \Delta z \right] \quad , \quad (2.1)$$

onde a mudança de sinal se origina pelo fato de escrevermos $\Delta p = p_2 - p_1$ e $\Delta z = z_2 - z_1$.

Experimentalmente, observa-se que a condutividade hidráulica K é uma função do meio poroso bem como do fluido saturante. Na tentativa de encontrar uma grandeza que fosse apenas dependente das propriedades do material, independentemente do fluido, Nutting (1930) propôs como uma aproximação razoável, a partir de experimentação (Scheidegger, 1963), que,

$$K = \frac{k\rho g}{\eta} \quad ,$$

onde k é a permeabilidade absoluta e é função apenas do meio em questão, e η a viscosidade do fluido. Isso nos permite escrever,

$$Q = -\frac{kA}{\eta} \left[\frac{\Delta p}{L} + \frac{\rho g \Delta z}{L} \right] \quad ,$$

Que para o caso horizontal, onde $\Delta z = 0$, simplifica-se,

$$Q = -k \frac{A \Delta p}{\eta L} \quad . \quad (2.2)$$

Definimos ainda,

$$v \equiv \frac{Q}{A} \quad \longrightarrow \quad v = -\frac{k}{\eta} \left[\frac{\Delta p}{L} + \frac{\rho g \Delta z}{L} \right] \quad , \quad (2.3)$$

onde v é a vazão por unidade da área normal à direção do fluxo (seção reta) e possui dimensão de velocidade, por essa forma, também conhecida como velocidade de filtro.

Para reescrevermos a eq. (2.3) na forma diferencial e vetorial, precisamos

observar as seguintes correspondências:

$$\begin{aligned}\frac{\Delta p}{\Delta L} &\longrightarrow \left(\frac{\partial p}{\partial x}, \frac{\partial p}{\partial y}, \frac{\partial p}{\partial z} \right) , \\ \frac{\Delta z}{\Delta L} &\longrightarrow (0, 0, -1) .\end{aligned}$$

Dessa forma,

$$\mathbf{v} = -\frac{k}{\eta} [\nabla p - \rho g \hat{\mathbf{k}}] ,$$

onde $\hat{\mathbf{k}}$ designa o versor na direção vertical (eixo-z).

2.2.1 Unidades físicas

A permeabilidade k possui dimensão de comprimento ao quadrado, L^2 , cuja unidade no SI é m^2 . Porém, usualmente costuma-se empregar a unidade “darcy” cujo símbolo é D.

$$1 \text{ D} \equiv \frac{1 (\text{cm}^3/\text{s})}{1 (\text{cm}^2)} \frac{1 (\text{cP})}{1 (\text{atm}/\text{cm})} \approx 0,987 \mu\text{m}^2 ,$$

onde, P é *poise*, uma unidade de viscosidade, e “c” simboliza o prefixo *centi*, ou seja,

$$\text{cP} = 10^{-2} \text{P} \quad (\text{centipoise}) .$$

2.2.2 Limitações da Lei de Darcy

A Lei de Darcy é obviamente uma equação empírica que possui restrições em sua aplicabilidade. Segundo Scheidegger (1974, p. 152), essas limitações estão associadas a:

- i. escoamentos com velocidades elevadas (alto número de Reynolds);
- ii. efeitos moleculares;
- iii. efeitos iônicos;
- iv. fluidos não-newtonianos.

Para mais detalhes, referenciamos o cap. 7 da mesma obra.

2.3 CONDUTÂNCIA HIDRÁULICA

A condutância γ é definida como a constante de proporcionalidade entre o fluxo Q e o gradiente de pressão ∇p , i.e.,

$$Q = -\gamma \nabla p \quad , \quad (2.5)$$

que, equivalentemente, para o caso discreto escreve-se,

$$Q = -\frac{\gamma}{L} \Delta p \quad . \quad (2.6)$$

A partir das equações de movimento de Navier-Stokes (Oertel, 2004; Spurk & Aksel, 2008), consegue-se o seguinte resultado para o escoamento de um fluido com viscosidade η em um tubo cilíndrico com raio R ,

$$Q = -\frac{\pi R^4}{8\eta} \frac{\Delta p}{L} \quad ,$$

o qual é conhecido como *equação de Hagen-Poiseuille*. Ou ainda equivalentemente,

$$Q = -\frac{A^2}{8\pi\eta L} \Delta p \quad . \quad (2.7)$$

Comparando as eqs. (2.6) e (2.7), obtemos o valor da condutância para um tubo cilíndrico,

$$\gamma = \frac{A^2}{8\pi\eta} \quad . \quad (2.8)$$

2.4 RESISTÊNCIA HIDRÁULICA

Definimos a resistência hidráulica Ω como uma medida de quanto um meio poroso, de comprimento L e com condutância γ , atenua o movimento do fluido. Intuitivamente, exprimimos,

$$\Omega \equiv \frac{L}{\gamma} \quad . \quad (2.9)$$

Adicionalmente, sabemos que a resistência hidráulica equivalente para

uma *associação em série* de materiais porosos, como na Fig. 2.2, é dada por,

$$\Omega_{eq} = \Omega_1 + \Omega_2 + \Omega_3 \quad ,$$

$$\Omega_{eq} = \frac{L_1}{\gamma_1} + \frac{L_2}{\gamma_2} + \frac{L_3}{\gamma_3} \quad .$$

Que, por sua vez, permite-nos concluir indutivamente,

$$\Omega_{eq} = \sum_{i=1}^n \frac{L_i}{\gamma_i} \quad , \quad (2.10)$$

onde, n contabiliza os diversos objetos envolvidos.

Escrevemos também uma expressão alternativa para a eq. (2.6),

$$Q = -\Omega_{eq}^{-1} \Delta p \quad . \quad (2.11)$$

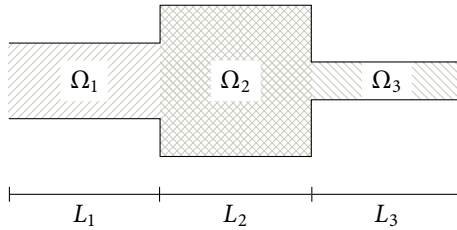


Figura 2.2: Associação em série de resistências hidráulicas.

2.5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

As grandezas acima definidas – como permeabilidade k , condutância γ e resistência hidráulica Ω –, exigem que o escoamento satisfaça algumas características:

1. o escoamento é laminar (fluxo de Poiseuille);
2. o fluido é newtoniano, homogêneo e incompressível.

O fato de o fluido ser homogêneo e incompressível, i.e.,

$$\rho = cte \quad ,$$

dá-nos como produto a conservação do fluxo Q . Vejamos, a equação da continuidade da massa é,

$$\begin{aligned}\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) &= 0 \quad , \\ 0 + \rho \nabla \cdot \mathbf{v} &= 0 \quad , \\ \nabla \cdot \mathbf{v} &= 0 \quad .\end{aligned}$$

Multiplicando esta última equação (ver eq.(2.3)) pela área A , vem que,

$$\nabla \cdot \mathbf{Q} = 0 \quad ,$$

em termos discretos, expressamos equivalentemente a equação precedente como,

$$\sum_i Q_i = 0 \quad , \tag{2.12}$$

que será usada em desenvolvimentos futuros.

3 CARACTERIZAÇÃO MICROSCÓPICA

Com o avanço das técnicas de visualização em escalas cada vez menores, busca-se complementar as informações macroscópicas com aquelas advindas da escala microscópica.

Nesse sentido, propõem-se novas grandezas como a disposição e tamanho dos poros. Além dessas, informações estatísticas podem ser adequadamente confeccionadas para complementar esse tipo de caracterização.

Algumas grandezas são concebidas objetivando mesclar as escalas micro e microscópica. Esse é o caso do *fator de forma*, por exemplo, que visa compatibilizar o escoamento de fluido na escala macro com as irregularidades da microscópica.

3.1 GEOMETRIA, TOPOLOGIA, E SEGMENTAÇÃO DO ESPAÇO VAZIO

Quando lidamos com materiais porosos, sabemos que a grande irregularidade de sua estrutura é de severa magnitude. Dessa forma, sua complexidade força-nos a adotar modelos simplificadores, os quais servem como intermediários nos processos de estimação das propriedades desejadas.

Concentremo-nos na fase porosa \mathcal{F}_v , pois é através dela que ocorre a migração de fluidos. Cada região desse espaço vazio possui uma condutividade hidráulica diferente. Nesse sentido, grandes vazios funcionam como captadores de fluidos, enquanto os pequenos acabam por controlar o fluxo (Silin & Patzek, 2006). Isso nos motiva a efetuar uma segmentação do espaço vazio entre *poros efetivos*, ou simplesmente *poros*, e *gargantas* ou *ligações*, constituindo, assim, a chamada *rede poro-ligações*. Essa segmentação é, entretanto, arbitrária (Delerue *et al.*, 1999, e Delerue & Perrier, 2002, *apud* Al-Kharusi, 2007, p. 26), posto que em um escoamento outras variáveis são importantes em sua caracterização, tais como a velocidade do fluxo e a densidade do fluido, e não apenas a geometria como a definição supõe.

Com a intenção de simplificar a complexa estrutura porosa com o intuito de facilitar a inferência de suas propriedades, durante esse processo de segmentação, transformam-se os poros em objetos perfeitamente esféricos; enquanto às gargantas são atribuídas formas cilíndricas (Fig. 3.1).

A disposição da rede poro-ligações é o que denominamos de *topologia* do meio poroso. E é, por construção, uma importante propriedade para o escoamento do fluido (Fig. 3.2a). Sendo, portanto, imprescindível que durante o procedimento de transformação essa informação não seja perdida. Define-se o *número de coordenação* como a quantidade de gargantas que partem (ou

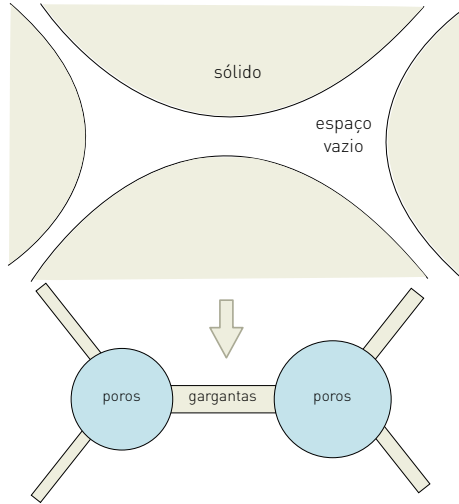


Figura 3.1: Segmentação da fase porosa \mathcal{F}_v em *poros* e *gargantas*. Isso é motivado pelo comportamento do espaço vazio ante ao escoamento de um fluido.

chegam) de (a) um poro¹.

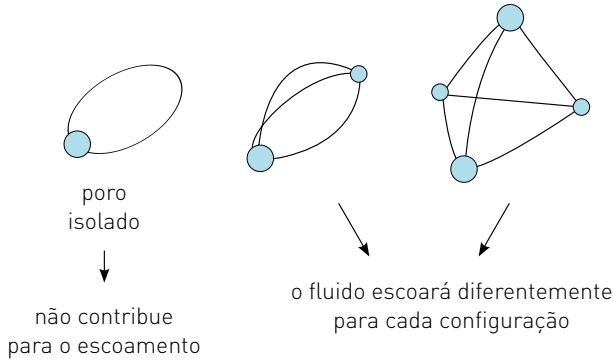
O objetivo da topologia é se concentrar em como o sistema de poros está interligado. A geometria, por sua vez, busca estudar o tamanho, volume, e outras características das formas dos poros. Aparentemente com preocupações distintas, geometria e topologia são indissociáveis no estudo do sistema de poros, e suas atividades devem ser complementares para que possamos adequadamente explorar um escoamento através de sua estrutura (Fig. 3.2b).

3.1.1 Raio hidráulico

No mesmo intuito de simplificar as irregulares geometrias, conforme estamos discutindo, vamos definir duas grandezas: o *raio hidráulico* r_H e o *fator de forma circular* G_π . Tratam-se de medidas que quantificam o quanto determinado objeto se afasta de uma forma ideal, neste caso, ambas as definições consideram o círculo para o caso 2D e o cilindro para o 3D. O raio hidráulico possui dimensão de comprimento, enquanto que o fator de forma é uma grandeza adimensional.

¹O número de coordenação médio é por vezes utilizado para o processo de reconstrução 3D (§6.2.2).

a. Exemplos de disposições topológicas dos poros



b. Topologia equivalente com geometria distinta

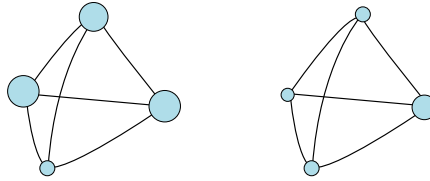


Figura 3.2: Topologia de redes de poros. *a)* Exemplos de configurações topológicas de poros (Fonte: Dullien, 1979). *b)* A interação entre topologia e geometria revela que apesar de as duas redes de poros serem topologicamente equivalentes, as características geométricas dos poros interligados demonstra que cada rede se comportará diferentemente diante de um escoamento através de sua estrutura.

O raio hidráulico para um objeto 2D é definido por,

$$r_H^{2D} = \frac{2A}{P} \quad ,$$

onde, A é a seção transversal, e P é o perímetro do objeto. Sendo assim, r_H possui dimensão de comprimento. Para um círculo com raio r , o raio hidráulico assume esse mesmo valor, i.e., $r_H^{2D} = r$.

□ EXEMPLO 3.1: O raio hidráulico de um quadrado de lado l (Fig. 3.3a) é,

$$r_H = \frac{2A}{P} \quad ,$$

$$r_H = \frac{2l^2}{4l} \quad ,$$

$$r_H = \frac{l}{2} \quad .$$

É importante destacarmos que o raio hidráulico não é necessariamente o maior círculo inscrito no objeto, como acontece neste exemplo. ■

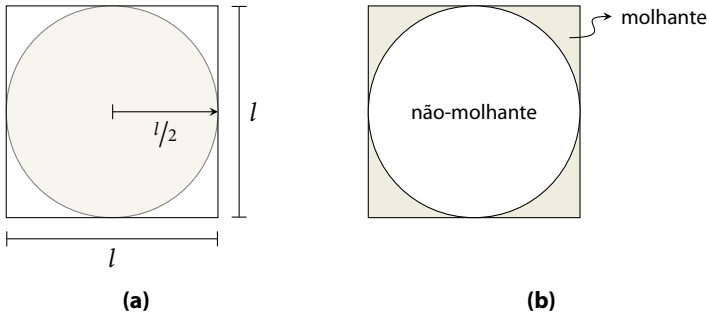


Figura 3.3: a) Quadrado de lado l . b) Fluido molhante aprisionado nos cantos do objeto.

3.1.2 Fator de forma

Em algumas ocasiões o conceito de raio hidráulico não nos pode ser útil, como em escoamentos multifásicos. Quando, por exemplo, dois fluidos disputam o mesmo espaço, um deles possui maior associação com o objeto sólido (ver molhabilidade em §4.1). Isso implica que uma certa quantidade do fluido molhante ficará aprisionada nas irregularidades da parede sólida, aumentando consideravelmente a resistência hidráulica do duto diante da passagem do fluido não-molhante (Mason & Morrow, 1991 *apud* Bakke & Øren, 1997 e Patzek & Silin, 2001).

Sendo assim, substitui-se o irregular objeto pelo maior círculo inscrito na região, e utiliza-se o fator de forma para “corrigir” as propriedades de escoamento.

O fator de forma circular é definido por,

$$G_\pi = \frac{4\pi A_{irr}}{P_{irr}^2} \quad . \quad (3.1)$$

onde, A_{irr} é a área, e P_{irr} o perímetro da seção reta irregular, ou seja, antes de

transformá-la em um círculo. O fator 4π garante que um círculo tenha $G_\pi = 1$. A Tab. 3.1 mostra valores para outras geometrias simples.

Tabela 3.1: Valores dos fatores de forma circular.

objeto	valor
retângulo	$\frac{\pi ab}{(a+b)^2}$
quadrado	$\frac{\pi}{4}$
triângulo equilátero	$\frac{\pi\sqrt{3}}{9}$

□ EXEMPLO 3.2: Utilizamos o fator de forma para ponderar a condutância hidráulica cilíndrica, eq. (2.8), pelo fator G_π ,

$$\gamma_\pi = \gamma G_\pi \quad , \quad (3.2)$$

$$\gamma_\pi = \frac{A^2 G_\pi}{8\pi\eta} \quad . \quad (3.3)$$

Dessa forma, estamos calculando a condutância de um objeto irregular como sendo a de um cilindro de mesma seção transversal, considerando, porém, a suposta correção dada por G_π . ■

3.1.3 Raio hidráulico e fator de forma de objetos com volume

Atentemos para a Fig. 3.4. Tal figura nos situa sobre o difícil problema de se extrair informações precisas de objetos que não possuem uma seção reta constante. Qual seção reta deveríamos escolher para calcular o raio hidráulico ou o fator de forma? Em outras palavras, queremos exprimir que condensar uma informação baseada em uma única seção reta é incapaz de traduzir adequadamente esse objeto, e portanto, é necessário estender as definições precedentes.

Dessa forma, definimos o raio hidráulico 3D como,

$$r_H^{3D} = \frac{2V_{irr}}{A_{irr}} \quad ,$$

onde V_{irr} é o volume do objeto irregular, e A_{irr} a área que encerra esse volume.

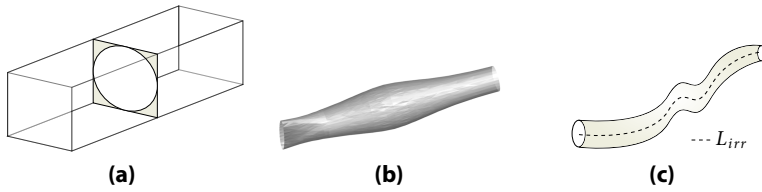


Figura 3.4: Limitação das definições 2D para lidar com objetos irregulares: a) Prisma com base quadrada. Devido à regularidade do tubo, qualquer seção reta pode ser usada para calcular o raio hidráulico ou o fator de forma, e representar devidamente todo o objeto. b) Duto com forma irregular. Neste caso, uma única seção reta é incapaz de representar o objeto, o que, por sua vez, motiva-nos a estender algumas definições para objetos volumétricos. c) Medida do comprimento L_{irr} em um tubo irregular.

Para o caso de um cilindro com raio r , a definição assegura $r_H^{3D} = r$.

□ EXEMPLO 3.3: Imaginemos que um escoamento seja implementado em uma cuba hemisférica com raio R . O raio hidráulico para esse geometria é dado por,

$$r_H^{3D} = \frac{2^{\frac{2}{3}} \pi R^3}{2\pi R^2} \quad , \quad (3.4a)$$

$$r_H^{3D} = \frac{2R}{3} \quad . \quad (3.4b)$$

Isso significa que, para analisar o escoamento, estamos admitindo que um hemisfério com raio R se comporte aproximadamente como um tubo cilíndrico de raio $2R/3$. ■

Analogamente, definimos o fator de forma 3D G_π^{3D} como,

$$G_\pi^{3D} = \frac{4\pi V_{irr} L_{irr}}{A_{irr}^2} \quad , \quad (3.5)$$

onde, V_{irr} é o volume, L_{irr} o comprimento na direção do escoamento (ver Fig. 3.4b), e A_{irr} a superfície lateral do objeto ainda irregular. Em outras palavras, estamos aproximando tubos com formatos irregulares em cilindros perfeitos, e “corrigindo” aproximadamente suas propriedades diante de escoamentos. De uma breve manipulação, pode-se constatar que para um tubo cilíndrico tem-se $G_\pi^{3D} = 1$.

3.2 DISTRIBUIÇÃO DE TAMANHO DE POROS

De posse da fase porosa \mathcal{F}_v devidamente segmentada, contamos o número de poros e seus respectivos raios. Isso resulta no que denominamos *distribuição de tamanho de poros*². O mesmo se pode fazer para as gargantas, obtendo a análoga *distribuição de tamanho de gargantas*.

Esse tipo caracterização tem origem nos materiais *granulares*, que são, obviamente, porosos. Entretanto, são os grãos — e não os poros — que possuem mais relevância quando estudamos suas propriedades.

Quando submetemos um material granular a um processo de peneiramento cujas malhas variam, construímos sua distribuição de tamanho de grãos de acordo com cada peneira usada. Obtém-se, portanto, a função distribuição acumulada (Fig 3.5) cuja forma revela as peculiaridades de cada material.

No entanto, para uma rocha, por exemplo, não podemos adotar o processo de peneiramento para determinar a distribuição do tamanho de poros. Para tanto, recorre-se a experimentos que envolvam o fenômeno de capilaridade e molhabilidade que serão discutidos em §4. Mesmo assim, o comportamento da função distribuição cumulativa para materiais não granulares é equivalente.

3.3 PROPRIEDADES ESTATÍSTICAS

Além das grandezas discutidas, procuramos ainda conceber adequadamente medidas estatísticas que nos auxiliem na extração de informações dos materiais porosos. Essas grandezas são calculadas a partir das imagens digitais desses materiais. Definimos agora algumas delas. Em §6.2.2, retornamos a elas para explorarmos um pouco mais de seu significado na compreensão dos materiais porosos.

Tenhamos em mente a imagem binária da Fig. 3.6, i.e., ela é composta por duas fases: preto equivalente ao sólido, que denotamos por \mathcal{F}_1 ; branco equivalente aos poros, denotada por \mathcal{F}_2 . Escrevemos a seguinte função de fase associada às duas fases da imagem (Fernandes, 2002):

$$Z_{\mathcal{F}_i}(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1, & \text{se } \mathbf{x} \text{ pertence à fase } \mathcal{F}_i \\ 0, & \text{se não pertence} \end{cases} \quad ; \quad \text{onde, } i = 1, 2 \quad . \quad (3.6)$$

Ou seja, essa função rotula os pontos da imagem, dividindo-os entre poros ou sólidos.

Calculamos a média, também chamada de primeiro momento, dessa

²Adotamos a seguinte terminologia: DTP significa distribuição de tamanho de poros de uma forma geral. DT-PE significa a DT de poros esféricos; e DT-GC, de gargantas cilíndricas. DTP-M simboliza a DTP obtida por morfologia matemática.

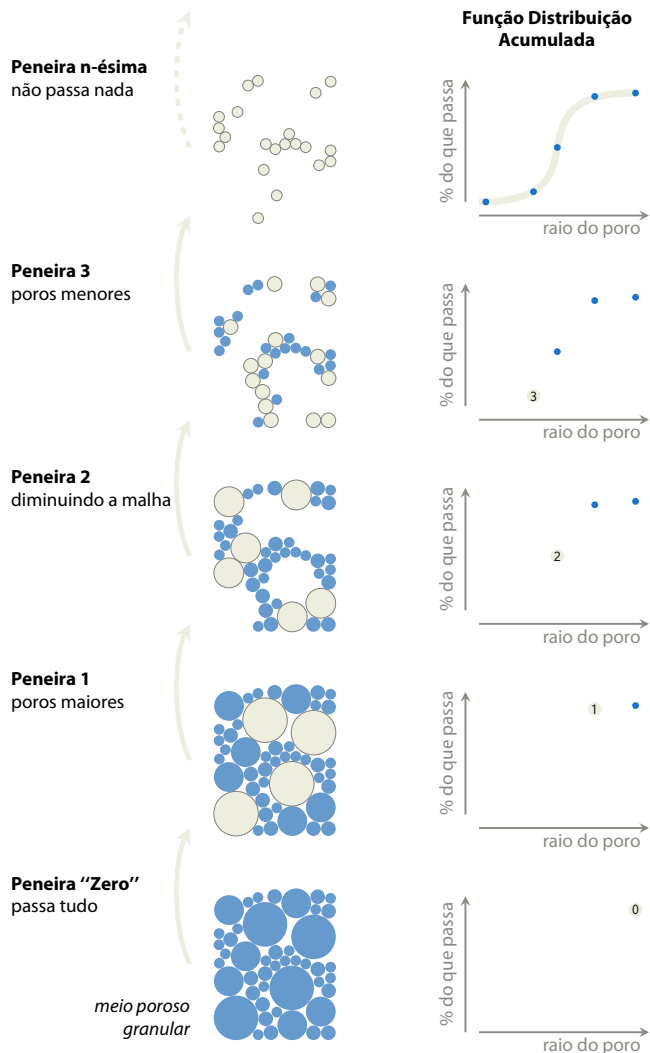


Figura 3.5: Processo de peneiramento para determinar a distribuição de tamanho de grãos. Submete-se o meio poroso granular a sucessivas peneiras com malhas variáveis, começando-se com a de maior abertura, decrescendo-se sua gradação. Constrói-se, dessa forma, uma função distribuição acumulada da porcentagem do material que atravessa cada peneira.

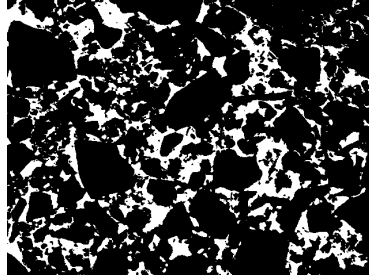


Figura 3.6: Imagem binarizada de uma seção reta de um material poroso (fase poro em branco). Para mais detalhes desta figura ver Fig. 5.3 à p. 75.

função por $\phi_{\mathcal{F}_i}$, mais precisamente,

$$\phi_{\mathcal{F}_i} = \langle Z_{\mathcal{F}_i}(\mathbf{x}) \rangle .$$

Não é difícil nos convenceremos que se essa média for tomada sobre a fase dos poros \mathcal{F}_2 , ele fornecerá a porosidade, i.e., a razão de quanto espaço vazio existe na amostra.

Calcula-se também a correlação espacial³ para a função $Z_{\mathcal{F}_i}(\mathbf{x})$ da seguinte forma,

$$C_{\mathcal{F}_i}(\mathbf{u}) = \langle Z_{\mathcal{F}_i}(\mathbf{x}) Z_{\mathcal{F}_i}(\mathbf{x} + \mathbf{u}) \rangle , \quad (3.7)$$

que, por sua vez, fornece a probabilidade de que dois pontos separados por uma distância \mathbf{u} pertençam à mesma fase em consideração \mathcal{F}_i . O vetor \mathbf{u} é chamada de *vetor deslocamento* ou *dispersão*.

Essas funções fornecem basicamente informações importantes para as atividades de reconstrução virtual 3D a partir de uma imagem de seções retas 2D. Ademais, também servem como uma maneira de verificar o quanto uma amostra é representativa do meio em que foi retirada, ou seja, se determinada amostra é suficientemente adequada para representar “todo” o meio de que foi retirada, em outras palavras, trata-se de uma medida de *homogeneidade*.

Da eq. (3.7), constatamos que,

1. Se $\mathbf{u} = \vec{0}$,

$$C_{\mathcal{F}_i}(\vec{0}) = \langle Z_{\mathcal{F}_i}^2 \rangle = \langle Z_{\mathcal{F}_i} \rangle = \phi ,$$

pois da definição de $Z_{\mathcal{F}_i}$ na eq. (3.6), pode-se constatar que $Z_{\mathcal{F}_i}^2 = Z_{\mathcal{F}_i}$. Esse é o máximo valor que a correlação $C_{\mathcal{F}_i}$ pode assumir. Isso porque à medida que

³Também chamada de segundo momento, ou ainda estatística de dois pontos

$|\mathbf{u}|$ aumenta, a multiplicação das funções $Z_{\mathcal{F}_i}(\mathbf{x})$ e $Z_{\mathcal{F}_i}(\mathbf{x} + \mathbf{u})$, que assumem apenas os valores 0 e 1, não será capaz de alcançar o valor ϕ .

2. Quando $|\mathbf{u}| \rightarrow \infty$,

$$\begin{aligned} C_{\mathcal{F}_i}(\mathbf{u}) &= \langle Z_{\mathcal{F}_i}(\mathbf{x}) Z_{\mathcal{F}_i}(\mathbf{x} + \mathbf{u}) \rangle \\ &= \langle Z_{\mathcal{F}_i}(\mathbf{x}) \rangle \langle Z_{\mathcal{F}_i}(\mathbf{x} + \mathbf{u}) \rangle \\ &= \phi \cdot \phi \\ &= \phi^2, \end{aligned}$$

onde utilizamos o fato de que quando $|\mathbf{u}| \rightarrow \infty$ a correlação entre os pontos é perdida, ou seja, as funções são estatisticamente independentes. Esse é o valor mínimo da função correlação $C_{\mathcal{F}_i}$.

Na Fig. 3.7, exemplifica-se o comportamento da função correlação para duas amostras diferentes. A curva inferior decai mais rapidamente, revelando que a correlação entre pontos distantes é muito baixa. Isso significa que o tamanho da imagem desse material é suficiente para garantir a homogeneidade da amostra. Contrariamente, não podemos dizer o mesmo sobre a curva superior para o intervalo estudado. Demonstrando, portanto, que tal imagem não assegura a homogeneidade da amostra averiguada.

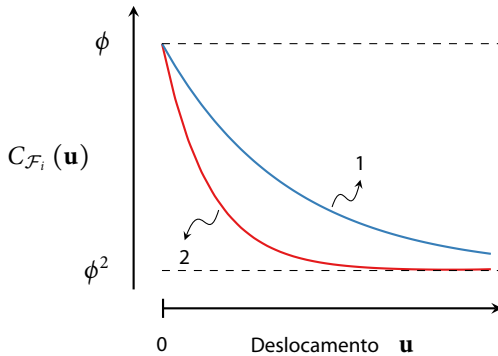


Figura 3.7: Comportamento da função correlação, eq. (3.7): a curva 2 decai mais rapidamente (baixa correlação), revelando que o tamanho da imagem desse material é suficiente para garantir a homogeneidade da amostra. A curva 1, por sua vez, não assegura a homogeneidade da amostra para a imagem averiguada (alta correlação).

Por carregar consigo a porosidade em sua definição, diz-se que a função correlação é uma informação mais completa para representar estatisticamente o meio poroso.

3.4 COMENTÁRIOS FINAIS

Neste capítulo definimos o conceito de raio hidráulico. Redundantemente por seu nome, essa grandeza tem suas origens na hidráulica, e possui, portanto, motivação macroscópica. Entretanto, como o utilizamos para estudar a estrutura a nível de poro, qualificamo-no com um parâmetro microscópico

Em §3.2, descrevemos a distribuição de tamanho de poros após a segmentação da fase porosa em poros esféricos e gargantas cilíndricas. Afirmamos, contudo, que é possível dispensar essa segmentação para construir a distribuição de tamanho da fase porosa como um todo. Para tanto, utilizamos a teoria da morfologia matemática, e procedemos analogamente à determinação de tamanho de grãos na Fig. 3.5. Essas ideias estão dispostas em §6.2.1.

Sobre as grandezas estatística, afirmamos acima que elas não são capazes de conservar as informações do dueto geometria/topologia. No entanto, essa discordância pode ser amenizada pela criação de estatísticas de múltiplos pontos (Okabe & Blunt, 2005), e essa limitação pode ser arbitrariamente relaxada.

4 FENOMENOLOGIA EM MEIOS POROSOS

Neste capítulo, tecemos algumas palavras sobre dois fenômenos que desempenham importante papel para a determinação de propriedades de materiais porosos: *molhabilidade* e *capilaridade*.

4.1 MOLHABILIDADE

Quando dois fluidos estão em contato — por exemplo, um líquido e seu próprio vapor —, existe uma fina camada, também chamada de *interface*, que os separa. O estado de tensão nessa interface, conhecido como *tensão superficial*, é responsável pela tendência de diminuição de uma bolha ou gota, e provoca uma descontinuidade de pressão entre as fases envolvidas.

Se adicionarmos uma fase sólida, percebemos uma *linha de contato* onde as três fases coexistem (Fig. 4.1b). Isso nos permite definir o *ângulo de contato* θ entre as interfaces sólido-líquido e líquido-vapor (Fig. 4.1). A partir desse ângulo θ , define-se quando um fluido molha ou não um sólido.

1. Quando $\theta < 90^\circ$ dizemos que o líquido molha o sólido, ou seja, é a fase *molhante*.
2. Quando $\theta > 90^\circ$ dizemos que o líquido *não* molha o sólido, ou seja, é a fase *não molhante*.
3. Quando o líquido está completamente espalhado sobre o sólido, presume-se $\theta = 0^\circ$.

4.2 CAPILARIDADE

Quando inserimos um tubo fino em um líquido, pode ocorrer a invasão desse líquido em seu interior. Nesse caso, dizemos que ocorreu o fenômeno de *capilaridade*. Para que essa invasão exista de fato, o líquido deve molhar o tubo (Fig. 4.2a). Caso contrário, esse capilar será invadido pelo vapor (Fig. 4.2b).

Na condição de equilíbrio mecânico, ocorre uma descontinuidade entre as pressões do fluido molhante e o não molhante, a qual denomina-se *pressão capilar* p_c ,

$$p_c = p_{nm} - p_m \quad ,$$

onde p_{nm} é a pressão do fluido não molhante, e p_m é a pressão do fluido molhante.

A magnitude de p_c é dada pela equação de Young-Laplace (ver Apêndice

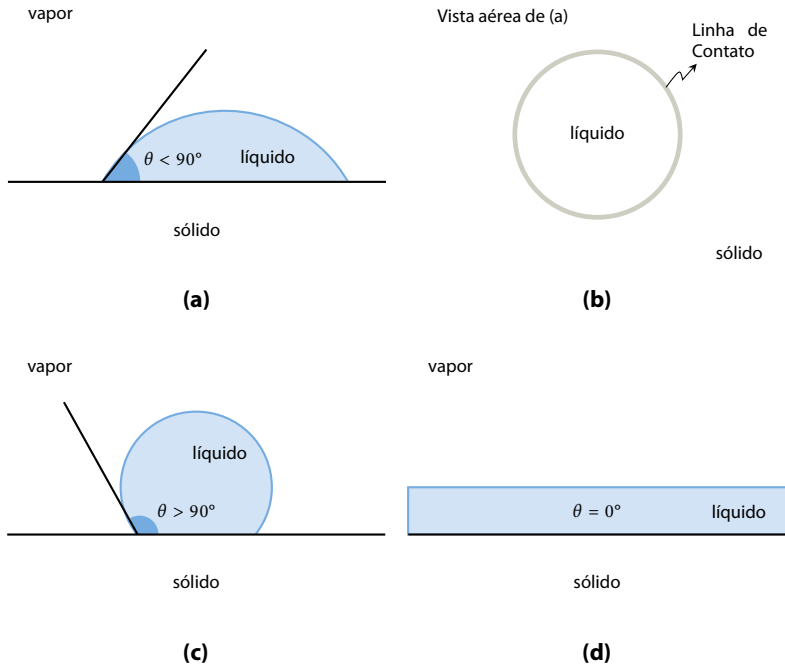


Figura 4.1: Ângulos de contato. *a)* Quando $\theta < 90^\circ$ dizemos que o líquido molha o sólido, ou seja, é a fase *molhante*. *b)* Vista aérea de (a) revelando a *linha de contato* entre as três fases. *c)* Quando $\theta > 90^\circ$ dizemos que o líquido *não* molha o sólido, ou seja, é a fase *não molhante*. *d)* Neste caso, presume-se $\theta = 0^\circ$ molhando *completamente* o sólido, formando um película fina.

A):

$$p_c = \frac{2\sigma}{r_M} \quad , \quad (4.1)$$

onde r_M é o raio de curvatura médio do menisco formado, e σ a tensão superficial. Pode-se ainda reescrever essa relação em termos do raio do capilar r_c ,

$$p_c = \frac{2\sigma}{r_c} \cos \theta \quad . \quad (4.2)$$

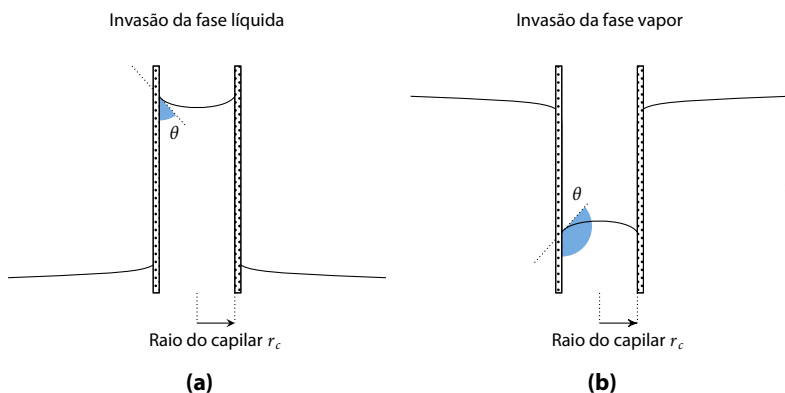


Figura 4.2: Fenômeno da capilaridade (Fonte: Wolf, 2006, p. 16). *a)* O líquido *molha* e, portanto, invade o tubo capilar. *b)* Neste caso, o vapor invade e *molha* o capilar.

4.3 CURVAS DE PRESSÃO CAPILAR

Aplicando o conceito de pressão capilar p_c à complexa geometria do meio poroso, podemos entender que p_c é medida da tendência desse meio sugar o fluido molhante ou repelir o fluido não molhante (Bear, 1988). Para ver como isso funciona, imaginemos um meio poroso muito bem comportado composto por capilares independentes, como na Fig. 4.3.

Para retirar o fluido molhante do meio poroso saturado, é necessário aumentar a pressão p_{nm} do fluido não molhante. A equação de Young-Laplace, eq. (4.2), afirma que os poros com raios maiores serão os primeiros em que ocorrerá a migração.

Inversamente, se o material se encontra saturado pelo fluido não molhante, à medida que diminuimos sua pressão p_{nm} , o fluido molhante irá invadir o material pelos capilares de menor raio.

Fazendo uso dessa metodologia calculamos, via equação de Young-Laplace, uma distribuição de tamanho de poros.

Com base no processo exemplificado, levantamos gráficos que relacionam a pressão capilar com a fração de fluido que preenche o espaço vazio. Essa fração é conhecida com *saturação*, e a exprimimos como,

$$S_i = \frac{V_i}{V_p^*} \quad ,$$

onde o índice i designa a fase fluida considerada, V_i é o volume desse fluido

Drenagem do fluido molhante

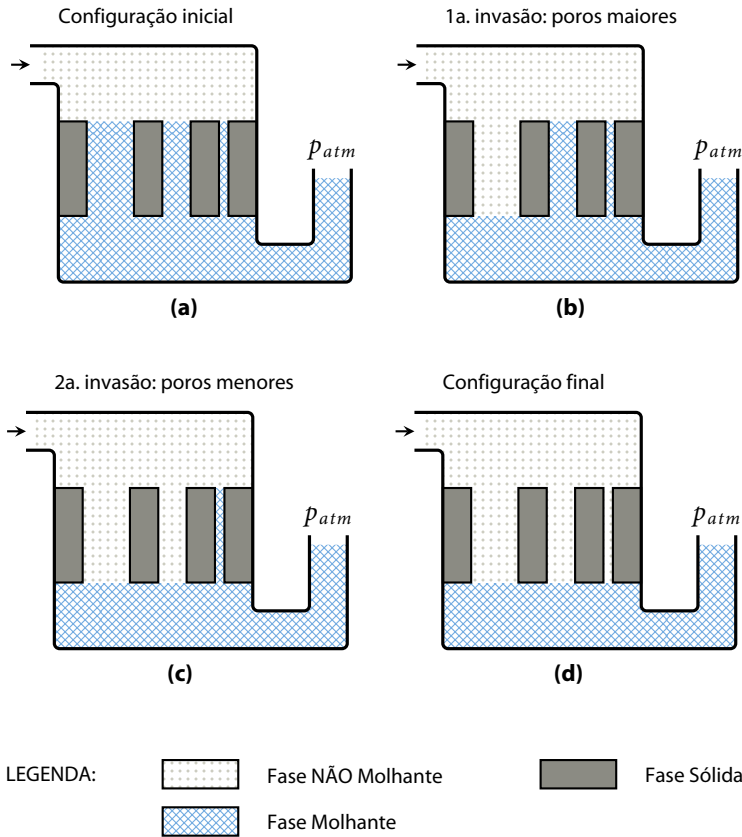


Figura 4.3: Simplificação da complexa estrutura porosa em tubos para paralelos para estudar a *drenagem de um fluido molhante*. Para retirar o fluido molhante do idealizado meio poroso, precisa-se aumentar a pressão do não molhante p_{nm} . De acordo com a equação de Young-Laplace, eq. (4.1), o poros de raios maiores serão os primeiros a serem preenchidos pelo fluido não molhante.

que adentrou (ou saiu) do material, e V_p^* é o volume de poros¹ interconectados.

Vejamos como se comporta a pressão capilar para o caso da Fig. 4.3. Supomos, para facilitar nossa ilustração, que o menor capilar possui raio r_c . E que os outros tubos possuem raios proporcionais a essa quantidade, ou seja,

¹Nesta seção não fazemos nenhuma distinção técnica entre os termos *poro* e *garganta*, e utilizamos a palavra *poro* com o intuito de designar o espaço vazio da estrutura porosa.

$3r_c$ e $5r_c$, respectivamente. O volume total V é dado por,

$$\begin{aligned} V &= h\pi r^2 \\ &= h\pi \left[r_c^2 + (3r_c)^2 + (5r_c)^2 \right] \\ &= 35 h\pi r_c^2, \end{aligned}$$

onde h é a altura dos capilares. Quando todo o meio poroso está preenchido com o fluido molhante, a saturação S_m vale 1. Após a primeira drenagem, o tubo com maior raio é drenado. Dessa forma,

$$\begin{aligned} S_m &= \frac{h\pi \left[r_c^2 + (3r_c)^2 \right]}{35 h\pi r_c^2} \\ &= \frac{10}{35}. \end{aligned}$$

Além do mais, a equação de Young-Laplace nos fornece,

$$\begin{aligned} p_c &= \frac{2\sigma}{5r_c} \cos \theta \\ p_c &\propto \frac{1}{5r_c}. \end{aligned}$$

Similarmente, obtemos os valores expostos na Tab. 4.1, com os quais desenhamos o gráfico exposto na Fig. 4.4.

Tabela 4.1: Valores de saturação e pressão capilar para o meio poroso idealizado.

Estado	S_m	$p_c(\infty)$
inicial	1	$1/9r_c$
1ª invasão	$10/35$	$1/5r_c$
2ª invasão	$1/35$	$1/3r_c$
final	0	$1/r_c$

No controlado e simplificado exemplo acima, conhecíamos os diversos raios dos tubos capilares, e assim, fomos capazes de calcular a saturação bem como a pressão capilar. Inversamente, se formos capazes de medir p_c , poderemos inferir os valores de r_c , ou seja, a distribuição de tamanho de poros para o material.

Por fim, cabe refletirmos sobre algumas das limitações da determinação

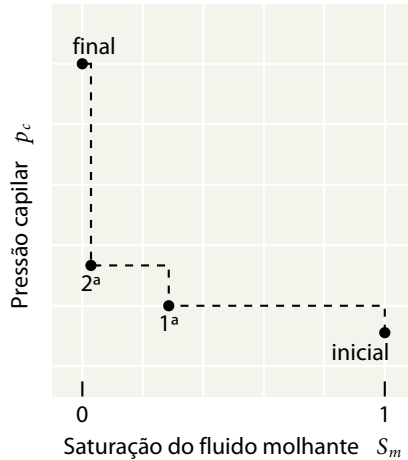


Figura 4.4: Curva de saturação para a drenagem do meio poroso idealizado conforme Fig. 4.3. Repare que utilizamos uma linha pontilhada para unir os pontos, já que não existem os estados intermediários. Na verdade, nós o fizemos para explicitar que primeiramente ocorre o aumento da pressão, para em seguida ocorrer uma súbita mudança de volume, e consequentemente de saturação.

das curvas de pressão capilar via a equação de Young-Laplace:

1. o ângulo de contato θ usado em eq. (4.2) é um dado de entrada que provém de outro experimento. Além disso, é considerado como uma constante, o que, consiste em uma pobre aproximação, tendo em vista que durante a invasão ele é alterado por efeitos dinâmicos (Wolf, 2006);
2. naturalmente, essa abordagem faz uma forte restrição quanto à complexa forma dos meios porosos, haja visto que o interpretamos como um feixe de tubos paralelos, fazendo oposição ao relevante conceito de topologia, anteriormente definido. Trata-se de um primeiro modelo para nos auxiliar na compreensão desse materiais.

4.3.1 Curvas de pressão capilar de materiais reais

Logicamente, considerar o interior de um meio poroso com sendo formado por um feixe de tubos paralelos é uma interpretação pobre. Para materiais reais, que apresentam complexa estrutura, as curvas de pressão capilar apresentam uma forma bastante distinta, como observamos na Fig. 4.5. Apesar do contraste com relação ao gráfico da Fig. 4.4, utiliza-se a mesma metodologia para sua obtenção.

Tenhamos em mente a Fig. 4.5, vamos percorrer os pontos na ordem

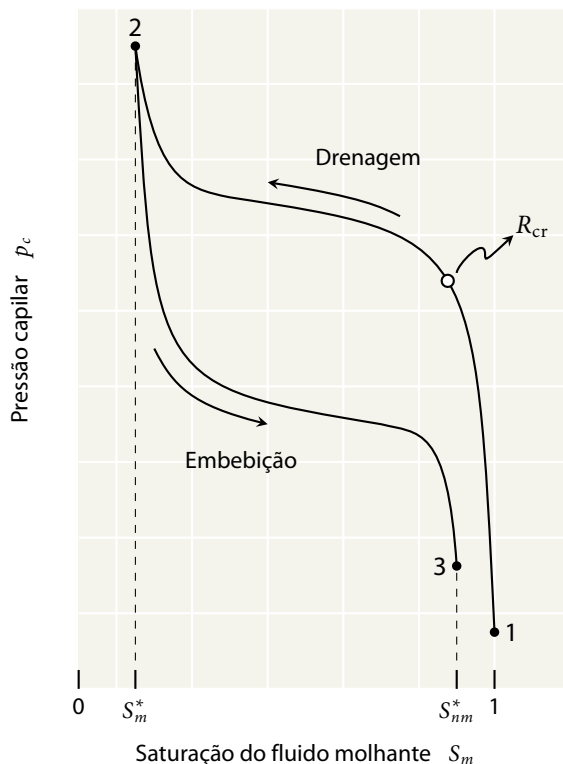


Figura 4.5: Comportamento típico de uma curva de saturação (ou curva de pressão capilar) para um meio poroso real.

1 \rightarrow 2 \rightarrow 3. Quando partirmos de 1, estamos aumentando a pressão do fluido não molhante, ocasionando uma diminuição no volume de fluido molhante no interior do material. Repare que apesar do relativo aumento da pressão, pouco fluido é expulso da estrutura. E apenas a partir do ponto R_{cr} ocorre significativa expulsão do fluido molhante.

Para entendermos esse comportamento, atentemos para a Fig. 4.6. De acordo com a equação de Young-Laplace, eq. (4.2), o fluido não molhante invade primeiramente os poros com raios maiores. Dessa forma, apesar dele estar apto a ocupar R_1 e R_2 , ele não o faz devido à estrangulação R_{cr} . Para romper essa barreira, precisamos aumentar a pressão ainda mais. No momento em que o fluido não molhante puder superar essa garganta, ele naturalmente atravessará os poros seguintes, já que de acordo com a equação de Young-Laplace, esses poros já estão acessíveis. Costuma-se dizer que o fluido não

molhante *percolou*² o meio poroso.

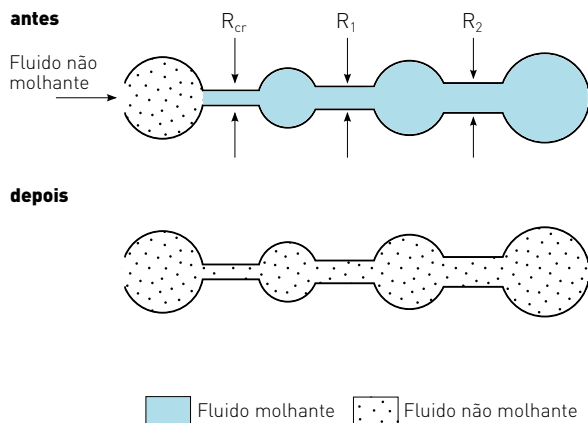


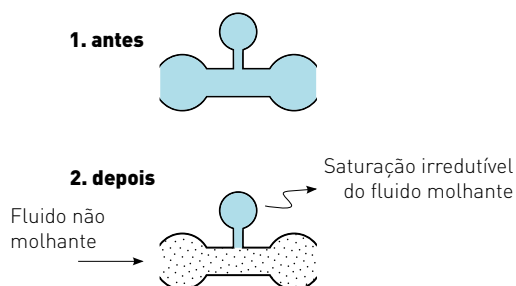
Figura 4.6: Raio crítico ou raio de *percolação* do fluido não molhante durante o processo de drenagem do fluido molhante.

Prosseguindo com a drenagem provocada pela elevação da pressão, alcançamos o ponto 2. Reparemos que, apesar do substancial aumento da pressão do fluido não molhante, não conseguimos expulsar completamente o fluido molhante da estrutura, atingindo, dessa maneira, uma *saturação irreduzível do fluido molhante* S_m^* . Esse comportamento pode ser compreendido com a ajuda da Fig. 4.7. Durante a drenagem, o fluido não molhante ocupa preferencialmente poros maiores, aprisionando, assim, fluido molhante nos menores, não importando o quanto aumentemos a pressão.

Passemos, agora, à análise do percurso 2→3. Neste caso, abaixamos a pressão do fluido não molhante com o intuito de permitir que o fluido molhante adentre a estrutura. Invocando novamente a equação de Young-Laplace, constatamos que o fluido não molhante irá primeiramente desocupar os poros menores, permitindo que o fluido molhante os invada. Analogamente à drenagem, durante a embebição fluido não molhante fica aprisionado no interior da estrutura (Fig. 4.7), convergindo para um valor chamado de *saturação residual do fluido não molhante* S_{nm}^* . Quando se percebe essa tendência, é inútil continuar com o abaixamento da pressão. Por isso, não se faz necessário diminuir a pressão no ponto 3 até aquela do ponto 1.

²Alertamos que o emprego da expressão “*percolou*” pode acarretar em imprecisão, apesar de ser uma terminologia corrente. Na teoria da percolação ela é usada para designar quando um fluido atravessa por completo o meio em questão, e não uma simples garganta.

Drenagem



Embebição

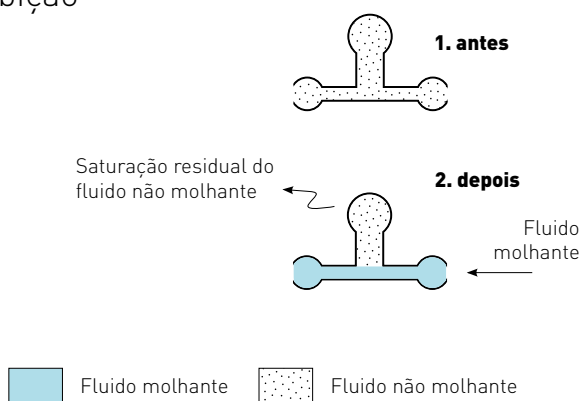


Figura 4.7: Saturação irreduzível do fluido molhante e saturação residual do fluido não molhante.

Se desejarmos efetuar uma segunda drenagem seguida por outra embebição, percorreremos uma curva semelhante no interior da primeira, haja visto que a cada procedimento uma quantidade maior dos fluidos ficará aprisionada no material.

Para encerrar este capítulo, trazemos o exemplo de uma curva de pressão *versus* volume (entenda-se saturação) exibido no gráfico da Fig. 4.8. Experimentalmente, a pressão é a variável independente, e mede-se o volume que é

expulso da estrutura, por isso, o gráfico parece invertido com relação à Fig. 4.5.

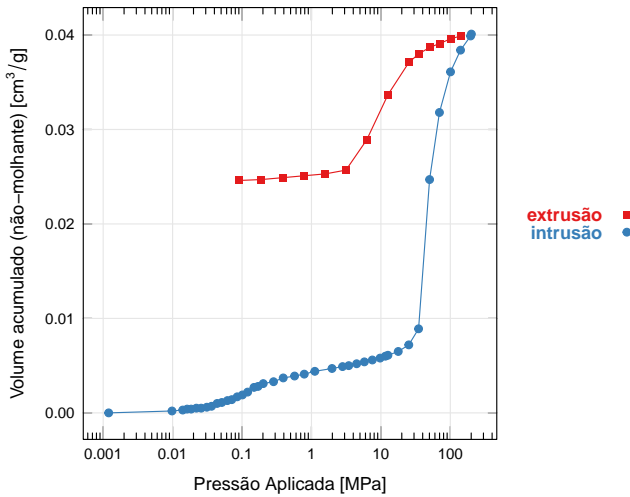


Figura 4.8: Curva de saturação, também chamada de curva de pressão capilar, para uma rocha selante. Repare que com relação à Fig. 4.5, os eixos se encontram invertidos, pois durante o experimento aplica-se uma pressão conhecida e mede-se o volume do fluido não molhante. Os dados foram obtidos pelo método de intrusão de mercúrio, que possui como peculiaridade o fato de que o mercúrio líquido se constitui na fase não molhante, enquanto seu vapor desempenha o papel de molhante (Fonte: cortesia de Mayka Schmitt disponível em (Schmitt, 2009, Fig. 31-c, p. 64).).

Parte II

Problema da indústria de petróleo & análise de imagens

5 O PROBLEMA DA INDÚSTRIA DE PETRÓLEO E A SOLUÇÃO VIA ANÁLISE DE IMAGENS

“É melhor ter uma resposta aproximada à pergunta certa do que ter uma resposta exata à pergunta errada.”

John Tukey

5.1 O PROBLEMA

Resumimos a motivação primária das atividades petrolíferas com a seguinte pergunta: como retirar o precioso fluido do local onde se encontra? Mais precisamente, essa extração ocorre por meio de uma expulsão. Água do mar, o próprio gás natural ou mais recentemente CO₂, costumam ser usados para realizar essa expulsão. A escolha dessas substâncias é motivada por sua abundância no local e pelo baixo custo, além das intenções ecológicas como no caso do gás carbônico.

Tomemos por exemplo a água do mar. No caso em questão, temos interação entre dois fluidos e um sólido (água do mar, petróleo e rocha)¹. Para determinada configuração de componentes, a rocha geralmente possui mais “afinidade” com o petróleo se comparada à água do mar. Então, diz-se que o petróleo *molha* a rocha, i.e., é o fluido *molhante*. Em contrapartida, a água do mar é chamada de fluido *não molhante*.

Isso implica que quando a água do mar é injetada para efetuar a expulsão do petróleo, ela não o faz de modo eficaz. Ocorre, portanto, a formação de bolhas dos hidrocarbonetos². Isso, por sua vez, diminui o controle na exploração do petróleo. A essa porção retida no interior da rocha, damos o nome de *petróleo residual* (ver Fig. 5.1).

Esse comportamento incita-nos a ponderar sobre como se dá a migração de dois ou mais fluidos no interior da rocha, i.e., desejamos conhecer a *permeabilidade relativa* do material para os fluidos em questão. A permeabilidade relativa é a grandeza que quantifica o quanto um material permite o fluxo de um fluido em seu interior mediante a presença de um outro fluido.

¹Obviamente, estamos considerando os constituintes do sistema de maneira simplificada, haja visto que a palavra petróleo designa um variedade de hidrocarbonetos, e a rocha envolvida pode possuir estrutura bastante heterogênea. Aproveitemos para explicitar, aqui, um importante aspecto desta dissertação: não desejamos enfatizar a complexidade e os aspectos geológicos dos entes envolvidos. Intentamos, na verdade, a contra-mão: a simplificação do sistema para tratá-lo do ponto de vista mecânico. Para questões relacionadas à geologia do petróleo referenciamos Tiab & Donaldson (2004) e Chilinger *et al.* (2005).

²Mesmo para aquelas configurações dos componentes em que acontece o contrário – ou seja, o petróleo possui menos afinidade com a rocha que a água – ocorre a formação de bolhas.

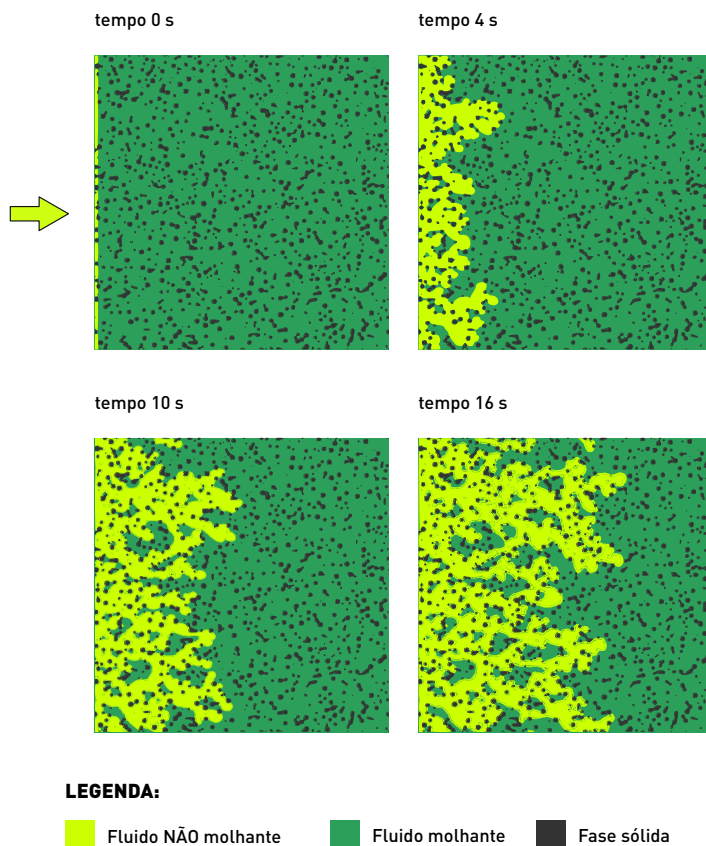
Deslocamento de fluidos imiscíveis*(Invasão do fluido NÃO molhante)*

Figura 5.1: Simulação de deslocamento de fluidos imiscíveis utilizando o método de *Lattice Boltzmann* (Fonte: cortesia de L. O. Emerich dos Santos). Durante a migração de um dos fluidos, pode-se observar a formação de bolsões do outro, que são equivalentes ao petróleo residual.

Em uma abordagem teórica, a determinação da permeabilidade relativa exige a simulação de um escoamento multifásico no interior da rocha ou solo (meio poroso), a qual resulta em severas barreiras tanto de modelização matemática quanto de caráter computacional devido a complexidade da estrutura porosa. Este último fato pode ainda ser agravado quando lidamos com méto-

dos numéricos que trabalham abaixo da escala macroscópica, como o *Lattice Boltzmann* (Wolf *et al.*, 2006).

Dessa forma, resta-nos a alternativa de procurar algo menos ambicioso: inferir via simulação a *permeabilidade absoluta* da rocha, i.e., uma propriedade que depende de apenas um fluido, ou seja, faz-se necessário a simulação de um escoamento monofásico. Naturalmente, estamos partindo em direção de uma informação menos precisa, e por isso nos satisfazemos com a relaxada precisão de concordar ao menos com a ordem de grandeza da propriedade desejada.

5.2 A SOLUÇÃO VIA ANÁLISE DE IMAGENS

Em alguns casos, a performance de experimentos constitui-se em uma onerosa e demorada atividade. Esse é um problema típico com o qual se depara a indústria de petróleo, conforme discutido acima, cujas escalas de tempo, espaço e recursos financeiros são de ordens de grandeza astronômica.

Esses entraves acabam por motivar a busca de novos caminhos, e o uso de técnicas de análise de imagens têm se mostrado uma útil ferramenta para as referidas ciências cujos tropeços experimentais são de sabida onipresença³. Sua utilização é propriamente adequada para satisfazer algumas das necessidades citadas, e possui como vantagens:

- i. Uniformidade e repetibilidade das análises.
- ii. Redução de custos se comparado aos métodos experimentais ⁴.
- iii. Determinados parâmetros das rochas só podem ser conseguidos diretamente a partir da imagem. Esses parâmetros estão relacionados com a conectividade da estrutura porosa e com a geometria dos poros ou grãos.
- iv. Obtenção de vários parâmetros através da mesma amostra.

O uso de imagens para caracterização de materiais porosos se posiciona em meio a diversas outras etapas, conforme descrito abaixo:

- i. obtenção e preparação da amostra.
- ii. captura das imagens do material.
- iii. análise e processamento de imagens: caracterização da microestrutura porosa.
- iv. simulação de algum fenômeno físico, o qual permite a inferência de outras propriedades, tais como permeabilidade e condutividade elétrica. Passemos agora, a uma breve descrição dos supracitados tópicos.

³Naturalmente, o ramo de análise e processamento de imagens possui seus próprios embaraços, revelando empecilhos e limitações importantes (Pedrini & Schwartz, 2007; Russ, 2011) (ver exemplo ??). No entanto, queremos nos ater a suas proveitosas qualidades.

⁴Ver comentários finais na p. 78

5.2.1 Obtenção e preparação da amostra

Conforme notado anteriormente, a retirada de amostras constitui-se em uma dispendiosa tarefa para indústria de petróleo. Esse fato é agravado ainda mais quando se trata da recente exploração da camada do pré-sal. Das rochas testemunhos (Fig. 5.2a) são retiradas partes menores conhecidas pelo nome de *plugues* (Fig. 5.2b).

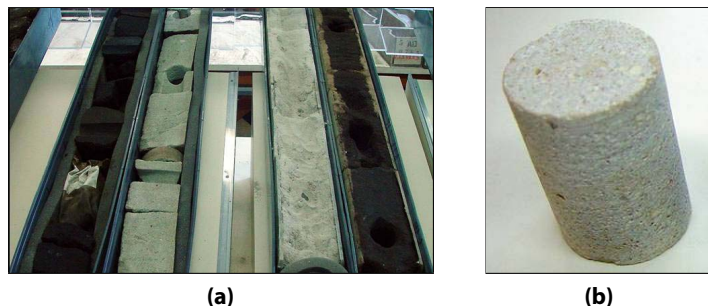


Figura 5.2: Testemunhos e plugues de rochas reservatório (Fonte: acervo do LMPT). *a)* Testemunhos de rochas reservatório. *b)* Imagem de um plugue de testemunho de rocha reservatório.

Neste ponto, pode-se tomar dois caminhos. Se a tecnologia de captação da imagem for 2D (microscopia ótica, por exemplo), são extraídas lâminas a partir dos plugues (Fig. 5.3).

Alternativamente, há aproximadamente duas décadas (o que podemos considerar uma relativa novidade — para mais detalhes ver §5.2.2), surgiu uma maneira que permite a coleta direta de imagens 3D a partir de pequenas amostras dos plugues (Fig. 5.4). Trata-se da microtomografia de raios-X.

Quando se deseja estimar um volume poroso baseando-se nas informações 2D, faz-se necessário um passo adicional durante a análise de imagens: a chamada *modelização 3D*, na qual infere-se uma estrutura 3D baseando-se nas propriedades estatísticas da imagem 2D obtida. Apesar do avanço proporcionado pela direta captação de imagens 3D, os métodos de modelização constituem-se ainda em uma importante linha de pesquisa (Adler *et al.*, 1990; Ioannidis *et al.*, 1995; Liang *et al.*, 1998; Santos *et al.*, 2002; Diógenes, 2009), principalmente pelo fato de a microtomografia de raios-X possuir lenta difusão, tendo em vista seus altos custos. Além disso, há casos em que a microtomografia não atinge uma resolução espacial suficiente, sendo necessário a utilização de outras técnicas de imageamento 2D com uma posterior modelização 3D.

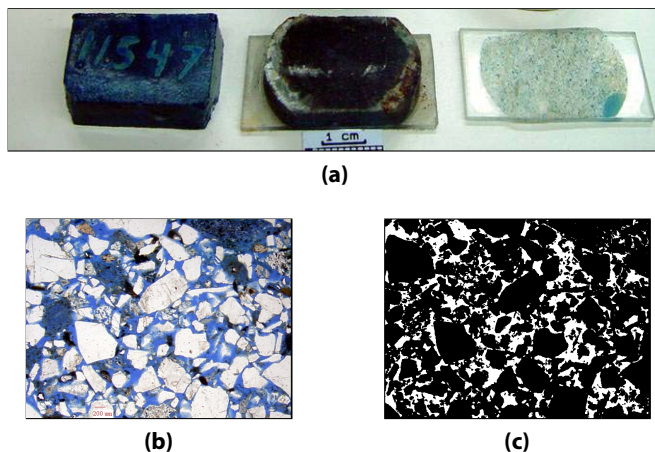


Figura 5.3: Exemplo de extração de imagens 2D (Fonte: acervo do LMPT). As figuras acima resumem as fases de captação de imagens 2D: a) Sequência de preparação de uma lâmina. b) Imagem colorida de uma seção plana de uma rocha reservatório obtida por microscopia ótica com resolução de 7,84 μm . A substância em azul é uma resina com corante injetada com o intuito de conferir estabilidade estrutural ao material e contraste ótico. c) Binarização da imagem em (b) (com fase poro em branco). (Fonte: Gaspari, 2006)

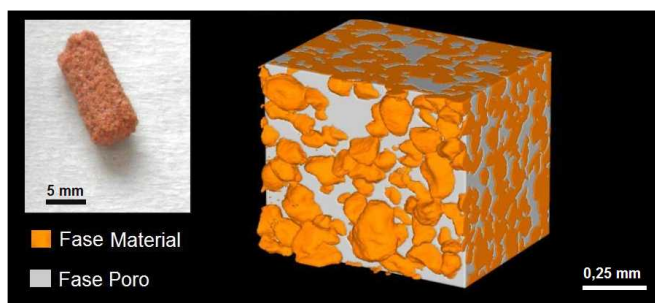


Figura 5.4: Exemplo de imagem 3D obtida por microtomografia de raios-X (Fonte: acervo do LMPT).

5.2.2 Microtomografia de raios-X

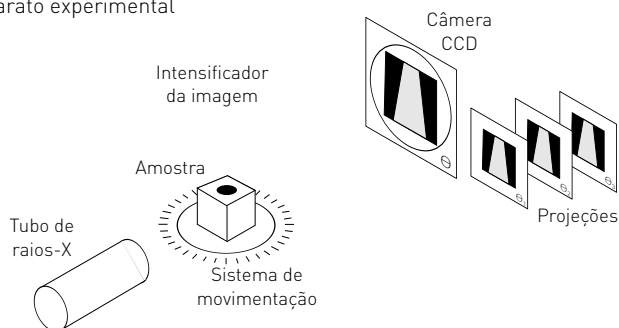
A microtomografia computadorizada por *transmissão* de raios-X ($\mu\text{-CT}$) é uma técnica que mede variações de densidade e número atômico de um material por meio do fenômeno de absorção da radiação emitida sobre o material (Landisa & Keaneb, 2010). Ao atravessar o meio em questão, a

intensidade da radiação é atenuada e satisfaz a seguinte expressão (conhecida como Lei de Lambert-Beer (Akin & Kavscek, 2003)),

$$I = I_0 e^{-\lambda \varepsilon} ,$$

onde I_0 é a intensidade da radiação incidente, λ é o coeficiente de atenuação do material em questão, e ε é a espessura atravessada. O material é irradiado sob diversos ângulos (ver Fig. 5.5). Sendo assim, várias projeções bidimensionais serão captadas pela câmera CCD⁵ (Janesick, 2001). Cada ângulo fornece uma nova projeção. O algoritmo de reconstrução analisará todas as projeções e gerará um conjunto de fatias que serão empilhadas, fornecendo, dessa forma, uma imagem 3D do material averiguado.

1. Aparato experimental



2. Algoritmo de reconstrução



Figura 5.5: Resumo das etapas de captação e processamento de imagens obtidas por microtomografia de raios-X (Fonte: Fernandes *et al.*, 2009).

As primeiras imagens captadas por tomografia remetem a medições de densidade de partículas de um *leito fluidizado* realizadas na década de 50 (Bartholomew & Casagrande, 1957, *apud* Peix *et al.*, 2000, p. 15). O pioneirismo na área médica é devido aos esforços de Godfrey N. Hounsfield e Allan M. Cormack cujos trabalhos lhes renderam o Prêmio Nobel de fisiologia/medicina

⁵Sigla inglesa para *charge-coupled device*, em português *dispositivo de carga acoplada*.

de 1979. A técnica ganhou grande força na década de 80 com a criação do algoritmo de reconstrução 3D devido a Feldkamp *et al.* (1984). E nesse período, floresceu no âmbito dos meios porosos para satisfazer as necessidades de pesquisas em caracterização microestrutural, inclusive as da indústria do petróleo, revelando-se em uma valiosa ferramenta (Vinegar & Wellington, 1987; Dunsmuir *et al.*, 1991).

5.2.3 Processamento de imagens

A realização da simulação de escoamento diretamente na imagem 3D gerada pelo microtomógrafo pode ser efetuada com um mínimo de tratamento (filtros para correção de artefatos indesejados e segmentação binária, por exemplo). Apesar dessa abordagem ser relativamente acurada, o custo computacional é alto (Van Marcke *et al.*, 2010), principalmente para rochas carbonáticas (Al-Kharusi, 2007) e outras rochas com alta heterogeneidade cujas amostras apresentam não apenas uma, mas várias escalas de homogeneidade. Por isso, são desenvolvidos modelos que representem a fase porosa visando compensar tal deficiência. A essa simplificação chamamos de rede poro-ligações.

A estratégia de criar um modelo físico que represente adequadamente o meio poroso remete aos desenvolvimentos de Fatt (1956a,b,c), que devido às limitações para efetuar cálculo, criou uma associação de resistores elétricos — no qual a corrente seria o análogo do fluxo. Nesse modelo ele assumiu que a complexa estrutura porosa 3D poderia ser simplificada por uma rede 2D regular. Chatzis & Dullien (1977) se opuseram a tal argumento, revelando que uma rede 2D é incapaz de descrever a interconectividade de materiais porosos.

Tentativas continuaram sendo feitas para descrever o meio poroso a partir de redes regulares (Blunt & King, 1991; Dixit *et al.*, 1998), mas essa consideração era incapaz de explicar as propriedades estatísticas do espaço poroso.

Para superar tais obstáculos, e descrever as propriedades físicas com maior confiabilidade, faz-se necessário incorporar a complexidade da estrutura porosa. De acordo com Al-Kharusi (2007), há basicamente três modos distintos para representar a fase porosa:

1. Descrever o processo sedimentar pelo qual a rocha é formada. Por exemplo, simular o arranjo de grãos por um empacotamento de esferas.
2. Usar as propriedades estatísticas de fatias 2D para gerar um volume 3D. Mas para que essa metodologia “concorde” com as propriedades topológicas, faz-se necessário a criação de estatísticas de múltiplos pontos.
3. Utilizar imagens 3D microtomográficas, e a partir dela conceber uma rede topologicamente equivalente: a rede de poro-ligações.

Nesta dissertação, adotamos o terceiro caminho. Mais precisamente, o *algoritmo das bolas máximas* devido a Dong (2007), que é a evolução de um

raciocínio simples: preencher a fase porosa com esferas, e em seguida dividi-las em poros e gargantas (Delerue *et al.*, 1999; Silin & Patzek, 2006; Al-Kharusi, 2007) (ver Fig. 5.6). Sua breve descrição consta em §7.

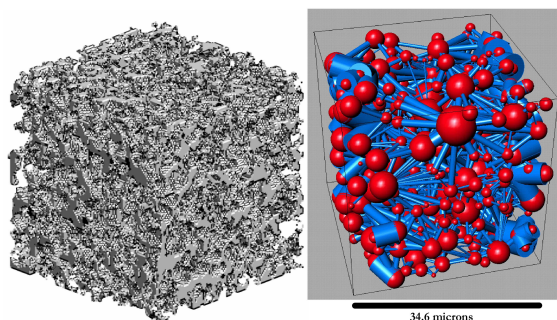


Figura 5.6: Ilustração do resultado da aplicação do algoritmo das bolas máximas em uma imagem microtomográfica (Fonte: Al-Kharusi, 2007).

5.3 CONSIDERAÇÕES FINAIS

No início deste capítulo, justificamos a necessidade de simplificação do fenômeno físico (escoamento multifásico) na esperança de obtermos alguma informação física relevante. É importante deixar claro que o intuito não é se ater à capacidade de previsão de um frágil valor. A inferência via simulação anseia ser um guia rápido e barato servindo como critério para encurtar os caminhos experimentais. Estamos nos referindo ao fato de que em complexas atividades extrativistas, o estudo quantitativo não é capaz de substituir a realização de experimentos. Porém, a compreensão preliminar dos objetos e fenômenos envolvidos possuem grande utilidade na tomada de decisões minimamente conscientes. Além disso, a construção de modelos físicos simplificados tem sua utilidade para avaliar nossa capacidade de descrição de um fenômeno. E cumprida essa etapa, o modelo sempre deve amadurecer para ser capaz de lidar com o problema real.

Por fim, salientamos um importante fato: no cotidiano da indústria de petróleo, a determinação experimental da permeabilidade absoluta é tarefa ordinária. Por isso, os modelos para calcular permeabilidade absoluta devem evoluir rapidamente em direção aos escoamentos multifásicos, onde a completa utilidade de uma simulação numérica se manifesta, pois a determinação experimental da permeabilidade relativa é, de fato, demorada.

6 MODELIZAÇÃO: MATEMÁTICA E MEIOS POROSOS

*“Onde estavas tu, quando eu fundava a terra?
Quem lhe pôs as medidas?
Ou quem estendeu sobre ela o cordel?”*

Jó, 38.4-5

Álgebra e geometria são os dois grandes pilares da nossa abstração para quantificar nossas interpretações acerca do mundo. Esta última, talvez, seja a que mais exerce influência nos subentendidos devaneios humano, como a intrigante noção de simetria.

Consideramos, no ocidente, que a Grécia antiga foi a responsável por uma sistemática compilação dos êxitos matemáticos de outras civilizações, como a egípcia, a suméria e babilônica. Mas suas contribuições estão muito além da nobre tarefa de comunicar legados anteriores. Eles desenvolveram substancialmente a matemática, e elegeram a geometria como rainha para governar sua forma de entender o mundo. Suas conquistas foram impressionantes a ponto de serem elevados ao *status* de dogmas. O misticismo por trás desses objetos, avanços e ideias era de proporção religiosa, a ponto de nos permitir tecer paralelos entre as famosas escolas de pensamentos e seitas com ordinária vocação exclusivista. Aliás, muitos pensadores daquela época se aglutinavam em torno de um expoente e inquestionável líder, e a ele, ou à sua memória, prestavam eterno culto: os pitagóricos, os aristotélicos, os platônicos, etc. Essa religiosa ciência foi capaz de até mesmo engessar a ousadia de pensadores por vários séculos, como os casos do tardio entendimento das leis dos movimentos planetários devidas a Kepler no fim do século XVI, que insistia em compatibilizar os dados astronômicos com o modelo dos sólidos platônicos; e o questionamento dos axiomas de Euclides nas primeiras décadas do século XIX, rompendo com alguns importantes conceitos da geometria.

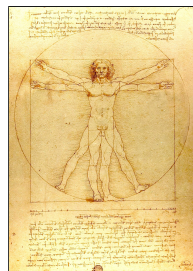
Devido à sedutora e rica herança grega, os polígonos e suas propriedades foram estudados a exaustão. Simetria, ou sua consciente ausência, foram perseguidas com afinco e obsessão (Fig. 6.1).

Com as sobreposição das inovações propostas pelas correntes cartesiana e newtoniana — a saber, a identificação do espaço físico por coordenadas e o advento do cálculo de funções, respectivamente —, passamos a admirar e manipular objetos nos quais a simetria cedeu lugar às noções de *continuidade* e principalmente *suavidade*. Podemos dizer que essa nova “moda” determinou alguns dos futuros grandes quebra-cabeças matemáticos. Nesse sentido, um *infinitésimo* é uma pequena porção bem comportada que gerações de brilhantes matemáticos nos deixaram como herança, escondendo ou, ao menos, diminuindo as consequências de domá-lo. Trabalhos como os de Richard Dedekind,

Giuseppe Peano, George Cantor, dentre muitos outros, no findar do século XIX, trataram da complexa natureza contínua dos números reais, ou melhor, da *reta* dos reais.



(a)



(b)

Figura 6.1: Simetria e cultura. *a)* A beleza da geometria como adorno nos arabescos de Alhambra¹. *b)* Leonardo da Vinci foi um dos grandes artistas do movimento cultural denominado Renascimento. Seus trabalhos e estudos demonstram a obsessão por padrões e simetria nas mais variadas formas, tanto as naturais quanto as matemáticas. Acima a famosa ilustração do Homem de Vitruvius².

Toda nossa compreensão do mundo precisava passar por esse crivo, seja por necessidade estritamente matemática (ver excerto de Prandtl & Tietjens (1934) à p. 34), ou por questões filosóficas, como a estranheza experimentada por Planck diante da quantização da troca de energia em corpos negros. Debates sobre a natureza descontínua da matéria persistiram até o raiar do século XX, narrando eventos trágicos como o suicídio do físico austriaco Ludwig Boltzmann em 1906! A própria beleza matemática dos objetos com dimensões fracionárias, ou *fractais*, nos inquieta, como o fez Mandelbrot (1967) ao iniciar seu célebre artigo com a capciosa pergunta “*How Long Is the Coast of Britain?*”.

Em nossos modelos evitamos com fervor quaisquer tipos de descontinuidades e comportamentos não suaves. E quando deles já não somos capazes de fugir, nossa sofisticada ignorância atribuí-lhes o nome de *singularidades*.

6.1 MATERIAIS IRREGULARES E NÃO SUAVES

Como lidar com um objeto que não é nem regular, nem contínuo e nem suave, como o da Fig. 6.2?

¹Disponível em: <http://ultradownloads.uol.com.br/papel-de-parede/Alhambra/>. Acessado em 3 de outubro de 2011.

²Disponível em: http://pt.wikipedia.org/wiki/Ficheiro:Da_Vinci_Vitruve_Luc_Viatour.jpg. Acessado em 3 de outubro de 2011.

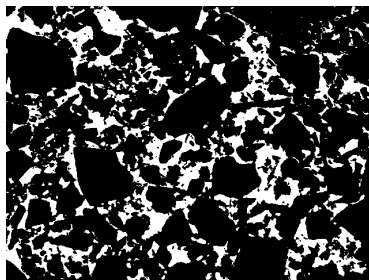


Figura 6.2: Imagem binarizada de uma seção reta de um material poroso (fase poro em branco). Para mais detalhes desta figura ver Fig. 5.3 à p. 75.

Permitamo-nos uma pueril, porém oportuna, analogia. Imaginemos o corpo de uma pessoa, mais precisamente, o tronco. Peguemos emprestado a imagem da mitológica Vênus de Milo (Fig. 6.3a).

Coloquemo-nos na condição de um observador de um alfaiate que foi procurado por um impetuoso curador que deseja vestir nossa encalorada estátua. Um bom alfaiate sabe que a forma humana é igual para todos, restando para si a artística tarefa da performance dos ajustes. Ou seja, qualquer camisa será útil para sanar o problema, ora mais larga, ora mais justa.

Em termos matemáticos, queremos dizer que uma camiseta será a superfície que interpolará o volume do corpo da estátua. E que tal interpolação será tanto melhor quanto mais justa a camisa, revelando nuances do corpo; ou será pior quanto mais larga for a vestimenta, escondendo informações sobre as formas.

Apesar de qualquer crítica que possa desencadear, estamos certos que o alfaiate é capaz de realizar tal tarefa.

Após seu último desafiador trabalho, nosso amigo sucumbiu à ardilosa crítica da ACEEM (Associação de Críticos de Estilistas de Estátuas Mitológicas), desistindo, portanto, de exercer sua profissão. Conseguiu refúgio como jardineiro na casa de um excêntrico milionário. Sua paz durou até o momento em que seu patrão descobriu sobre seu menosprezado talento. Devido ao rigoroso inverno, ele requereu ao jardineiro-alfaiate camisas de lã para algumas árvores centenárias localizadas nas fronteiras de seu glamoroso jardim (Fig. 6.3b). Tão logo percebeu que melhor estaria se mantivesse distância de tamanha demência, então optou por declinar do cargo.

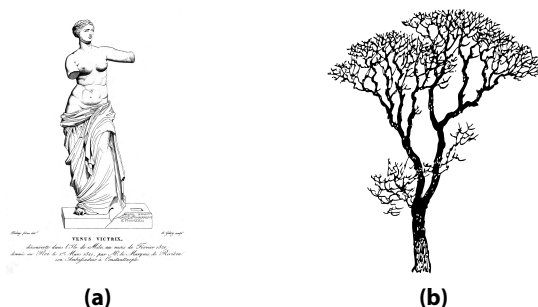


Figura 6.3: Os desafios do alfaiate. *a)* Vestir a formosa forma humana da Vênus de Milo¹. *b)* Refletir sobre a esdrúxula exigência do milionário patrão para confeccionar camisas para suas árvores².

Mas onde está a impossibilidade de realizar esse pedido? Invocando sua experiência, o ex-jardineiro-alfaiate constatou o seguinte. Um camisa humana deve conter as seguintes características: duas ramificações para os braços e uma abertura para o pescoço, seguindo um padrão de simetria lateral.

No entanto, em uma árvore, a complexidade das ramificações e a ausência de padrão, jogam por terra qualquer tentativa confeccionar uma vestimenta para as árvores. Ele gastaria uma eternidade para cada camisa.

Percebamos, ainda, que a estrutura porosa de uma rocha, por exemplo, é algo ainda mais complexo que uma árvore, haja visto que há “galhos” desconectados dos ramos principais, além de não satisfazer a hierarquia decrescente dos ramos.

A ingênua analogia serve para exemplificar como utilizamos a geometria de curvas e superfícies para modelizar vários problemas com os quais costumamos nos deparar. E quão difícil pode ser a aplicação desses conceitos a formas complexas.

Recolocamos, agora, a questão: como lidar com um objeto que não é nem regular, nem contínuo e nem suave, como o meio poroso da Fig. 5.3c?

Na verdade, não podemos fazer muito. Se desejamos conhecer propriedades geométricas, não nos resta outra saída senão traduzi-lo utilizando

¹Disponível em: http://pt.wikipedia.org/wiki/Ficheiro:Paris_Louvre_Venus_de_Milo_Debay_drawing.jpg. Acessado em 3 de outubro de 2011.

²Disponível em: <http://www.c1ker.com/clipart-13714.html>. Acessado em 3 de outubro de 2011.

nosso dicionário de termos e formas simétricos e suaves, e por essa comparação conceber uma simplificação do material (dispomos de um exemplo logo abaixo em §6.2.1). Uma outra possibilidade é procurar informações estatísticas adequadamente construídas (ver §3.3), mas nesse caso, elas não são capazes de competir com outros métodos quando inquerimos sobre as propriedades de transporte do meio poroso, tendo em vista que as informações do dueto topologia/geometria são perdidas, i.e., como e quais poros estão conectados (Fig. 3.2). Na prática, ambas abordagens se complementam para nos fornecer a maior quantidade e qualidade de informações sobre os materiais estudados (ver §1).

6.2 ANÁLISE DE IMAGENS

Por vezes, nos deparamos com diversos problemas cujas técnicas vigentes são incapazes de fornecer respostas quantitativas a nossas inquisições. Sendo assim, contorna-se esse obstáculo com uma sistemática análise qualitativa do problema em questão, na expectativa de que, cedo ou tarde, possa emergir conclusões suficientemente consistentes de tal forma que sejam passíveis de quantificação.

Essa perspectiva de trabalho é típica dos profissionais que estudam solos, rochas, fraturas em metais e cerâmicas, etc. Nesse tipo de abordagem, nada é mais útil que o sentido da visão. Ele acaba por atribuir os critérios primários para interpretar, catalogar e inferir sobre possíveis comportamentos do objeto estudado. E apesar de parecer uma metodologia arcaica, sua capacidade é inquestionavelmente útil, e ganha fôlego a medida que surgem novos e ricos instrumentos, como as diversas técnicas de microscopia e tomografia, por exemplo.

Um grande impulso foi tomado com o advento dos computadores pessoais nas últimas décadas. Nós os instruímos para que ocupem o lugar de nossos olhos. Mas essa intermediação entre homem e máquina só pode ser realizada por critérios quantitativos. Isso significa que tais critérios já emergiram, e estão relacionados com nossas interpretações geométricas e estatísticas que discutimos neste capítulo. Buscamos, por exemplo, medir formas, construir histogramas de pontos para cada fase, observar intensidades de cor e brilho, etc. Quem se encarrega de tais atividades é uma área conhecida como análise e processamento de imagens.

6.2.1 Morfologia Matemática

Um exemplo bastante oportuno para a contextualização das palavras acima é a gênese da teoria da morfologia matemática, que está intimamente ligada à mineralogia. Trata-se de uma teoria que extrai informações geométricas

a partir de imagens do meio. Em 1964, Georges Matheron e Jean Serra, na École des Mines de Paris, trabalhavam na quantificação das características mineralógicas a partir de seções retas dos materiais (Serra, 1982; Soille, 2004; Delhomme & de Marsily, 2005). A princípio, o interesse era determinar as proporções de minerais presentes em amostras a partir de suas imagens. Com o passar do tempo, tal metodologia foi expandida para determinar outras informações da imagem, e, por sua vez, tem se mostrado frutífera, ganhando adeptos nas mais diversas vertentes da comunidade da análise de imagens (Soille, 2004; Shih, 2009).

A morfologia matemática é um exemplo de como comparar a diversificada forma dos poros com outras regulares. Essa é uma teoria moderna, i.e., nascida para ser explorada pela abordagem discreta da era dos computadores, apesar de sua intuição estar atrelada a objetos contínuos e suaves.

Sua força reside no fato de utilizar a teoria dos conjuntos e analisar simples critérios de pertinência ou exclusão, sem se importar com a regularidade ou suavidade da estrutura. Essa abordagem torna mais fácil a expansão das técnicas aplicadas sobre imagens 2D para aquelas 3D. Por outro lado, quando lidamos com a geometria usual de curvas e superfícies, essa passagem está muito longe de ser trivial.

Em morfologia se prossegue da seguinte forma: varre-se a imagem do objeto a ser estudado com um molde escolhido, chamado *elemento estruturante*, pontos que satisfizerem determinadas condições estarão presentes (pertinência) na imagem final, caso contrário, serão retirados (exclusão), funcionando como se fosse um processo de *peneiramento*. Essa é a ideia por trás da operação de *erosão* (Fig. 6.4).

A outra operação básica da morfologia é a *dilatação* (Fig. 6.4). Nessa operação, a imagem final será formada pela inicial juntamente com os pontos que a interceptam quando colocamos o elemento estruturante sobre eles.

A analogia da peneiramento possui correspondência direta: utiliza-se morfologia matemática para determinar a granulometria de materiais, equivalentemente aos experimentos nos quais o material é sucessivamente submetido a peneiras com malhas variáveis (ver §3.2 à p. 53). Se reinterpretarmos os poros como sendo grão, então determinamos a distribuição de tamanho de poros (Fig. 6.5). Contudo, é importante ressaltar que as sucessivas erosões¹ aplicadas na a imagem não fazem distinção entre poros e gargantas, apenas distinguem entre o que é fase porosa e fase sólida. Designamos por DTP-M à distribuição de tamanho de poros obtida por morfologia matemática.

A morfologia matemática é uma complexa teoria com vida própria,

¹Precisamente, utiliza-se a operação de *abertura* – que é a combinação de uma *erosão* seguida por uma *dilatação*. Intuitivamente, tal rigor não invalida nosso primeiro passo em direção às ideias apresentadas.

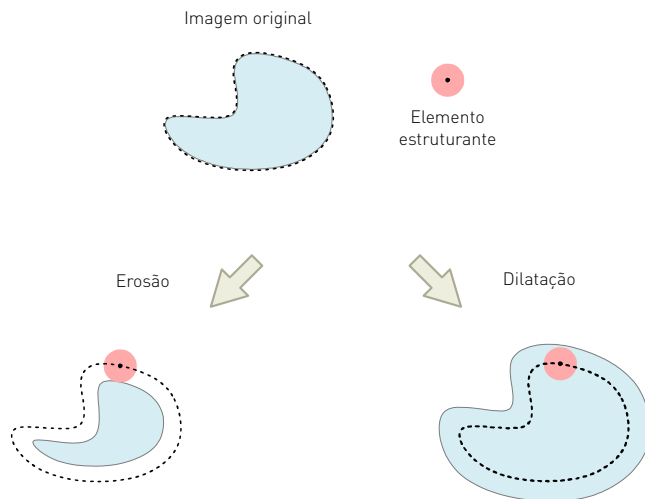


Figura 6.4: Morfologia matemática: interpretações geométricas das operações de erosão e dilatação (Fonte: Pedrini & Schwartz, 2007).

alimentando atividades de pesquisas tanto em suas questões fundamentais quanto de cunho aplicado, não restrita ao âmbito dos materiais porosos. No Apêndice B, p. 128, fazemos um breve comentário sobre aplicação de morfologia em meios discretos.

Em §7, falamos sobre o *algoritmo das bolas máximas*, um método de processamento para imagens 3D de materiais porosos. Apesar desse procedimento não ser uma aplicação *stricto sensu* da morfologia matemática, ele possui sua motivação e base (Silin & Patzek, 2006; Dong, 2007), bem como sua facilidade de extensão para diferentes dimensões.

6.2.2 Descrição estatística e reconstrução 3D

Conforme comentamos acima, podemos investigar informações de natureza estatística das imagens do meio. Que tipos de informações poderíamos colher da imagem? Para que serviriam?

A primeira pergunta já foi respondida em §3.3. Resta-nos a última pergunta.

Geralmente estamos interessados em desvendar as propriedades de uma determinada porção de uma rocha, como a amostra (3D) situada à esquerda da Fig. 5.3a. Mas para tanto, precisamos inferir tais propriedades a partir de lâminas (2D), como a situada à direita da Fig. 5.3a. Como garantir essa extrapo-

Imagem final

resta a fase sólida
sem poros

Erosão n-ésima

E.E. máximo,
filtra todos os poros

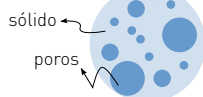
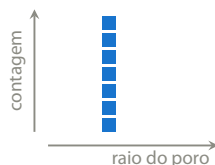
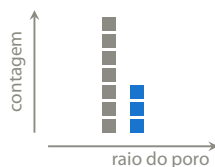
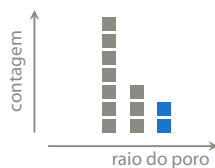
Erosão 2

aumentando o E.E.

Erosão 1

menor E.E.

Imagem de uma
seção reta

**Histograma****LEGENDA:**

E.E.: Elemento Estruturante

Figura 6.5: Determinação da distribuição de tamanho de poros por peneiramento virtual utilizando morfologia matemática.

lação? Durante o processo de reconstrução 3D, um algoritmo de reconstrução gera seções planas (2D) de tal forma que a configuração da fase porosa seja aleatória, mas que sua distribuição satisfaça as mesmas propriedades estatísticas da lâmina observada (Fig. 6.6)². Dessa forma, a estrutura 3D reconstruída será

²É como o experimento de lançar uma moeda não-viciada: sabemos que existe 50% de chance para cara e 50% para coroa, apesar de não sermos capazes de adivinhar o próximo lançamento.

coerente com a imagem observada. O ramo da matemática que estuda essas propriedades chama-se *estereologia*.

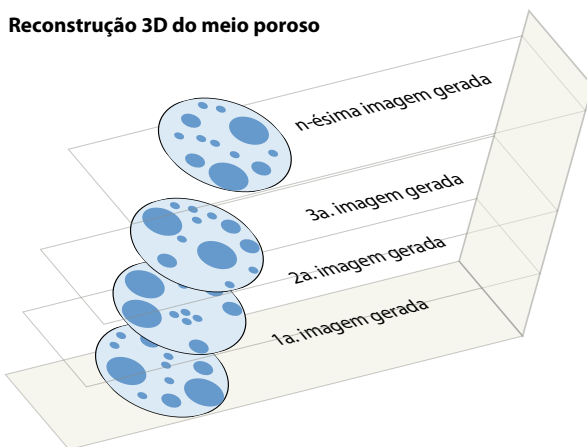


Figura 6.6: O volume 3D reconstruído é obtido pela sobreposição de imagens geradas a partir da amostra 2D. As imagens 2D são geradas de tal forma que mantenham as mesmas propriedades estatísticas de uma seção reta retirada como amostra, apesar das configurações geométricas/topológicas serem diferentes.

Ademais, também servem como uma maneira de verificar o quanto uma amostra é representativa do meio em que foi retirada, ou seja, se essa amostra é suficientemente adequada para representar todo o meio. Essa medida é aplicável tanto para as imagens de seções retas quanto para aquelas 3D, apesar de tê-la introduzido fazendo menção apenas às primeiras.

6.3 COMENTÁRIOS FINAIS

Os parágrafos acima, comentam sobre uma das várias formas de se modelizar o meio poroso. Naturalmente, não é a única. Trata-se de uma área rica e diversificada em pleno desenvolvimento com correntes de pensamentos variadas. Seria, então, inviável contemplar todas suas facetas. No entanto, afirmamos que a extração da rede de poro-ligações baseada na simplificação geométrica e/ou na reconstrução estatística é tema recorrente em parte da literatura.

Um exemplo peculiar merece destaque por adotar postura diferente àquela que adotamos: Schena & Favretto (2007) e Schena *et al.* (2008) se utilizam do método de curvas de níveis (*level set method*) (Sethian, 1999) para determinar curvas de intrusão de mercúrio. Trata-se de um método numérico

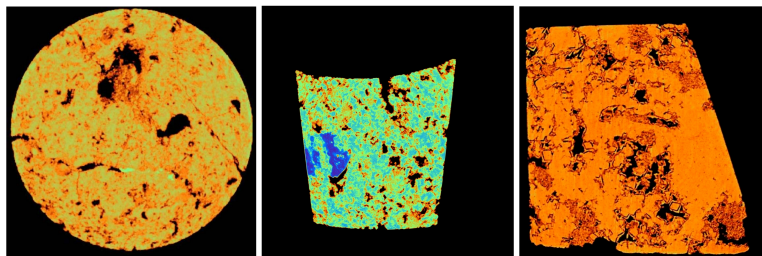


Figura 6.7: Alguns materiais apresentam várias escalas de tamanho de poros, como as rochas carbonáticas Al-Kharusi, 2007. Neste caso temos uma amostra de rocha carbonato *West Texas* com resoluções de 11,2 μm , 6,04 μm , 2,6 μm , respectivamente (Fonte: Knackstedt *et al.*, 2006). A densidade do material cresce de preto (espaço poroso) para vermelho, laranja, amarelo e azul sendo o mais denso.

que faz uso das propriedades usuais de curvas e superfícies, postura que evitamos nesta dissertação. De acordo com essas referências, tal método tem se mostrado muito promissor, promovendo baixos custos computacionais para resultados suficientemente aproximados. Entretanto, cremos que esse método pode se mostrar inadequado para amostras muito heterogêneas. Essas rochas apresentam várias escalas de tamanho de poros, de maneira que uma escala de poros muito pequena interconecta uma escala de poros maiores, isso pode frustrar a aplicação desse método (Fig. 6.7) tendo em vista que, durante sua aplicação, considera-se os poros mais importantes para o escoamento, deixando de lado aqueles com menor condutividade hidráulica. Sendo, pois, os carbonatos materiais que intercalam poros de escalas diferentes, essa abordagem pode ser frustrada. Essa técnica é geralmente aplicada na área de análise de imagens médicas, pois nesses casos já conhecemos *a priori* as formas de vários órgãos do corpo, como o esôfago, intestino, etc.

7 ALGORITMO DAS BOLAS MÁXIMAS

“Divide et impera.”
(Dividir para conquistar.)

Júlio César

Mencionamos, à p. 85, que a-BM tem suas raízes na teoria da morfologia matemática, e se trata de uma forma de comparar a complexa estrutura porosa com outras regulares. Entretanto, reafirmamos que esse algoritmo não é estritamente uma aplicação da morfologia matemática, tendo em vista que não se utiliza as operações desta última para efetuar a comparação.

O algoritmo tem suas origens no trabalho de Silin & Patzek (2006), sendo modificado por Al-Kharusi (2007) e em seguida por Dong (2007), e suas ideias principais são o objeto deste capítulo. Nesta dissertação, utilizamos uma versão desenvolvida pela equipe do laboratório Lapix (www.lapix.ufsc.br), e para mais detalhes dessa implementação ver Silva (2012).

7.1 DESCRIÇÃO

Intuitivamente, o método consiste em representar o espaço vazio por bolas, ou esferas caso estejamos lidando com imagens 3D. (Fig. 7.1), e em seguida transformá-las em poros esféricos e gargantas cilíndricas.

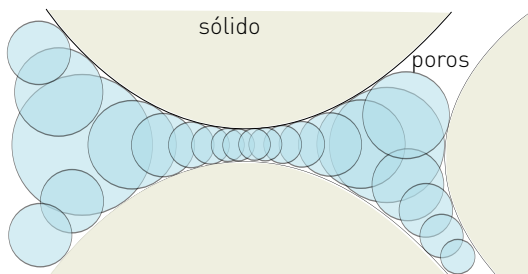


Figura 7.1: Representação do espaço vazio por bolas máximas.

Basicamente, o algoritmo divide-se em três etapas:

1. preencher o espaço vazio com esferas.
2. agregá-las adequadamente.
3. transformá-las em poros esféricos e gargantas cilíndricas.

Passemos às suas descrições.

Etapa 1: preenchendo o espaço vazio com esferas

Utilizando a transformada de distância (em inglês, *distance transform* (Dougherty & Lotufo, 2003, p. 69)), encontra-se a linha central da fase porosa. O mapa de distância, ou transformada de distância, é semelhante a um mapa de curvas de nível (topográfico), no qual a região mais próxima da fase sólida recebe a cota mais baixa, e a mais distante, a cota mais elevada. Esta última é a região sobre a qual repousarão os centros das bolas máximas.

Este procedimento difere daquele do trabalho original de Dong (2007) que desenvolve um procedimento de inflação e deflação de bolas em cada *voxel*.

Etapa 2: aglomeração das bolas máximas

O próximo passo é agregar as bolas máximas (*clustering maximal balls*) e distingui-las entre poros e gargantas. (essa distinção é, naturalmente, arbitrária). Para tanto, procede-se da seguinte maneira:

- i. Ordena-se todas as bolas de acordo com seu tamanho, dividindo-as por grupos de mesmo tamanho. A todas as bolas de todos os grupos atribui-se o rótulo infinito (isso será esclarecido nos passos seguintes). Seja \mathfrak{M} o grupo que contém as maiores bolas, e α o número de bolas desse conjunto.

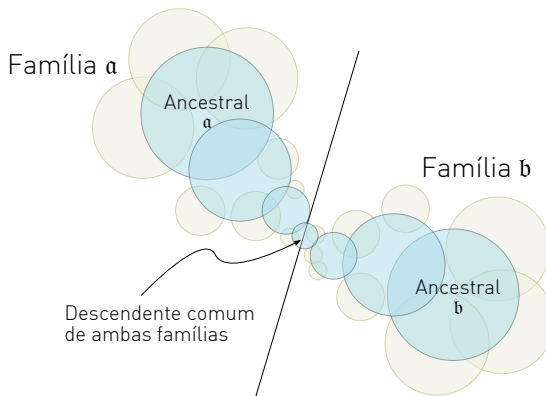


Figura 7.2: Processo de aglomeração das bolas máximas. Pela descendência comum de duas famílias forma-se uma cadeia poro-ligação (Fonte: Dong, 2007).

- ii. Escolhe-se uma bola α de raio R_α de \mathfrak{M} e se a define como poro. Atribui-lhe o número 1 por ser considerada um ancestral e *pai* (1ª geração). A todas as bolas que distam menos de $2R_\alpha$ do ancestral α atribui-se o nú-

mero 2 e são consideradas a 2ª geração. Qualquer bola nesse aglomerado lembra-se que α é seu ancestral e, mais precisamente, seu pai.

- iii. Com as $\alpha - 1$ bolas máximas que sobraram, procede-se da mesma forma. Toma-se a bola b e efetua-se, para com suas vizinhas, o mesmo processo de afiliação. Existe, porém, um detalhe: se o número de b for ainda infinito, ela definirá um novo poro como ancestral; caso contrário, b será parte de uma família e transferirá o sobrenome a seus filhos. E ainda, se b absorver bolas de famílias distintas, esse filhos definirão uma garganta. E uma vez que uma garganta é formada, tem-se uma cadeia poro-ligação formada pelas várias gerações envolvidas (Fig. 7.2).
- iv. Procede-se da mesma forma para com todas as bolas de \mathfrak{M} , e todos os grupos, decrescentemente.
- v. Quando se atinge um valor de raio mínimo, escolhido arbitrariamente, a bola não poderá mais ser definida como poro, apenas como garganta.

O procedimento de afiliação exposto evita ambiguidades na classificação tentando, durante o processamento da imagem, ressaltar a importância topológica da estrutura, ao invés de simplesmente se concentrar na magnitude dos raios das bolas como critério de julgamento para distinguir entre poros e gargantas.

Etapas 3: segmentação entre poros esféricos e gargantas cilíndricas

De posse das bolas máximas adequadamente aglomeradas, empregam-se as seguintes regras para determinar o comprimento l_{ij}^g das gargantas entre os poros i e j ,

$$l_i = l_i^g \left(1 - 0,7 \frac{R_{ij}}{R_i} \right) \quad , \quad (7.1)$$

$$l_j = l_j^g \left(1 - 0,7 \frac{R_{ij}}{R_j} \right) \quad , \quad (7.2)$$

$$l_{ij}^g = l_{ij} - l_i - l_j \quad . \quad (7.3)$$

onde os raios R_i e R_j são os raios das bolas máximas definidas como poros, e R_{ij} o raio da bola máxima definida como garganta (ver Fig. 7.3).

Os *voxels* da fase porosa que pertencem à região da garganta serão rotulados como garganta cilíndrica. Os demais *voxels* serão rotulados como poro esférico i ou j .

Um conclusão imediata desse procedimento é que todos os *voxels* da fase porosa dessa cadeia pertencem à alguma região, independentemente do fator de expansão utilizado, que neste caso é 0,7. Isso significa que o volume da fase porosa sempre se conserva.

O raio da garganta (Silva, 2012, p. 81, eq. (2)) é calculado a partir da soma dos volumes V_{ij}^g dos *voxels* rotulados como garganta que formam um cilindro, ou seja,

$$r_{ij}^g = \left(\frac{V_{ij}^g}{4\pi l_{ij}} \right)^{1/2}. \quad (7.4)$$

O raio do poro i , por exemplo, é obtido de maneira semelhante, mas neste caso considera-se a forma de uma esfera (Silva, 2012, p. 79, eq. (1)), i.e.,

$$r_i = \left(\frac{V_i}{\frac{4}{3}\pi} \right)^{1/3}. \quad (7.5)$$

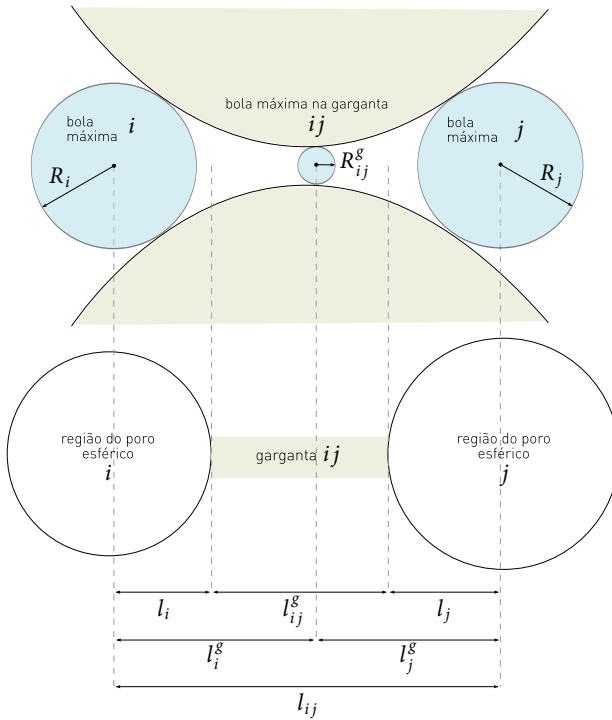


Figura 7.3: Dimensões usadas para determinar o comprimento l_{ij}^g da garganta entre os poros i e j (Fonte: Dong, 2007).

7.2 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Sabemos, obviamente, que as ideias e procedimentos acima serão discretizados para sua implementação em alguma linguagem de programação. Por isso, é importante lembrar que, nesse caso, as desigualdades utilizadas como critérios devem ter atenção e tratamento especial, tendo em vista que se passa a lidar com domínios discretos. Referenciamos os trabalhos de Silin & Patzek (2006) e Dong (2007, cap. 4) para mais detalhes.

Durante os procedimentos descritos nas seções precedentes, em várias ocasiões assumimos valores arbitrários para algumas grandezas, tais como: *a*) a escolha de $2R_a$ como limiar para aglutinação à bola ancestral; *b*) o tamanho do raio mínimo que o espaço vazio pode ser rotulado como poro; *c*) o valor de segmentação para poros e gargantas. Naturalmente, essa posição assumirá caráter indelével nos resultados alcançados, o que torna essas escolhas alvo dos primeiros questionamentos e críticas. Esses valores e critérios são motivados muitas vezes pela experiência e cotidiano de grandes grupos de pesquisa, que no decorrer das atividades intentam – por tentativa e erro – calibrar retroativamente seus modelos com os dados experimentais¹.

A análise de imagens digitais é, por definição, uma área que cria modelos apropriados que descrevam e processem os objetos visualizados. Seu maior compromisso é, portanto, com a adequação aos dados. E na ausência de uma teoria ou fato formal, seus argumentos despregam-se de qualquer justificação. Esse é, na verdade, o motivo pelo qual os modelos e algoritmos evoluem rapidamente sem se comprometerem formalmente com qualquer teoria estabelecida, indo além do que suas conclusões podem garantir.

Como ilustração da aplicação do método descrito neste capítulo, exibimos a Fig. 7.4.

¹Como exemplo, notamos que as eqs. (7.1) e (7.2), encontradas em (Dong, 2007, p. 95), discordam daquelas em (Øren & Bakke, 2003, eqs. 25 e 26 à p. 187), por um fator multiplicativo: 0,6 é substituído por 0,5 nesta última referência. E em nossos cálculos utilizamos 0,7. (Silva, 2012) realiza alguns teste comparativos para os valores citados.

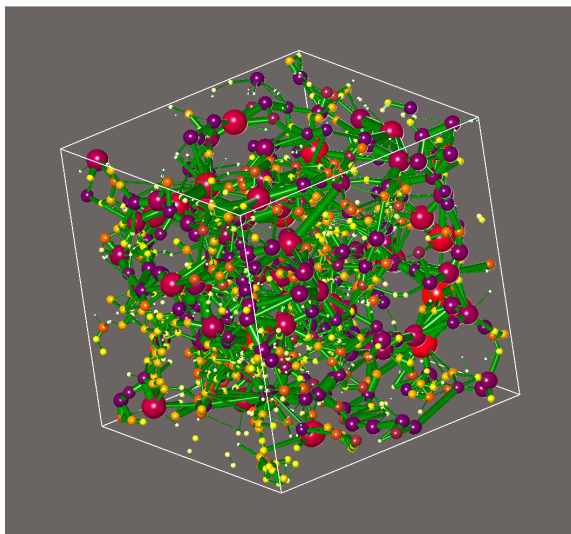


Figura 7.4: Aplicação do algoritmo das bolas máximas na imagem de uma das amostras de arenito estudadas.

8 DETERMINAÇÃO DA PERMEABILIDADE ABSOLUTA

“Rios te correrão dos olhos, se chorares!”

Olavo Bilac

No capítulo anterior, transformamos a fase porosa da imagem do material em uma rede simplificada de poros e ligações. Procuramos fazê-lo de tal forma a simplificar a estrutura, preocupados, contudo, com as propriedades geométricas e topológicas.

De posse dessa imagem devidamente refeita, propomos¹ um método para a determinação da permeabilidade absoluta. Trata-se de um método semianalítico no sentido de que a simulação ordinária² de um escoamento através da imagem da estrutura porosa não é mais necessária, reduzindo o problema numérico à resolução de um sistema linear.

No fim do capítulo, apresentamos algumas críticas à literatura corrente.

8.1 HIPÓTESES E CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES

As premissas básicas do método são:

- i. fisicamente, a estrutura porosa é atravessada permanentemente por um fluido, i.e., desenvolve-se um escoamento estacionário;
- ii. o escoamento é monofásico.
- iii. o escoamento é laminar (fluxo de Poiseuille), o fluido é newtoniano, homogêneo e incompressível;
- iv. a pressão p é definida apenas nos *poros*, nunca nas *gargantas*;
- v. são conhecidos *a priori* (dados de entrada): a viscosidade³ η , as informações geométricas estudadas no capítulo anterior, as pressões nas faces (condições de contorno).

O quadro físico do problema é o seguinte: temos um *volume elementar representativo* sujeito a uma diferença de pressão constante $\Delta p = p_{sai} - p_{ent}$, conforme Fig 8.1. Essa diferença provoca um fluxo estacionário através da rede.

¹Boa parte de nossas referências (Bakke & Øren, 1997; Valvatne & Blunt, 2004; Dong, 2007; Al-Kharusi, 2007; Velásquez, 2009) descreve superficialmente o procedimento de determinação da permeabilidade absoluta, e o faz sem atribuir autoria específica. Asseguramos, portanto, que todo o desenvolvimento pormenorizado aqui é de nossa autoria. Outras fontes relevantes são Liang *et al.* (1999) e Van Marcke *et al.* (2010).

²Como simulação ordinária queremos nos referir, por exemplo, à resolução das equações de movimento de Navier-Stokes pelo método dos elementos finitos, ou ainda, aos modelos de gás em rede, como o *Lattice Boltzmann*.

³O valor da viscosidade η se cancelará no decorrer dos cálculos, portanto, seu conhecimento é indiferente. Basta substituir, para tanto, a eq. (8.4) na eq. (8.5), e esta última na eq. (8.7).

E sabemos que todos os poros da face de entrada estarão sujeitos à pressão p_{ent} , enquanto que os poros da face de trás, à pressão p_{sai} .

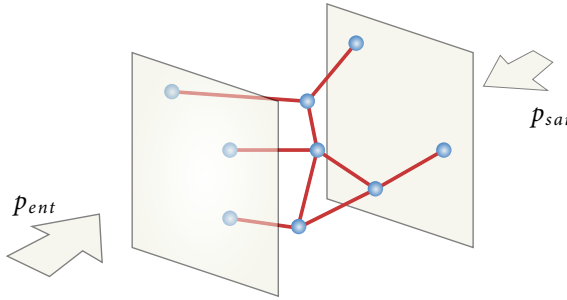


Figura 8.1: Esquema de uma rede de poro-ligações em um volume elementar representativo. Repare que se trata de um esquema simplificado da rede gerada tendo em vista que as dimensões dos poros e gargantas são constantes.

8.2 CONSERVAÇÃO DA MASSA

Concentremos nossa atenção em um poro i qualquer dos n poros da rede. A continuidade da massa afirma que a soma do fluxo em i devido aos outros j poros conectados é (eq. (2.12)),

$$\sum_j Q_{ij} = 0 \quad , \text{ para o } i\text{-ésimo poro.}$$

Substituindo a eq. (2.11), vem que,

$$\sum_j \Omega_{ij}^{-1} \Delta p_{ij} = 0 \quad . \quad (8.1)$$

Se escrevermos a equação acima para os n poros da rede, teremos um sistema linear,

$$[\Omega^{-1}]_{n \times n} [\Delta p]_{n \times 1} = [0]_{n \times 1} \quad . \quad (8.2)$$

Tenhamos em mente que a matriz $[\Omega^{-1}]$ é uma informação de natureza estritamente geométrica, e portanto conhecida (vamos calculá-la em seguida). E ainda, conhecemos as pressões nos poros das faces. Sendo assim, a resolução desse sistema nos retornará as componentes restantes do vetor $[\Delta p]$.

8.3 RESISTÊNCIA HIDRÁULICA EQUIVALENTE

De acordo com as eqs. (2.10), (3.3) e a Fig. 8.2, a resistência hidráulica Ω_{ij} do sistema poro-garganta-poro é dada por,

$$\Omega_{ij} = \frac{8\eta}{\pi} \left[\frac{81l_i}{16r_i^4 G_i} + \frac{l_{ij}}{r_{ij}^4 G_{ij}} + \frac{81l_j}{16r_j^4 G_j} \right] . \quad (8.3)$$

onde, por economia de notação, resumimos $G \equiv G_{\pi}^{3D}$, $l_{ij} \equiv l_{ij}^g$ e $r_{ij} \equiv r_{ij}^g$. Para o caso monofásico, dispensamos a correção proposta pelo fator de forma G (ver §3.1.2). Além disso, $l_i = r_i$ (Fig. 8.2),

$$\Omega_{ij} = \frac{8\eta}{\pi} \left[\frac{81}{16r_i^3} + \frac{l_{ij}}{r_{ij}^4} + \frac{81}{16r_j^3} \right] . \quad (8.4)$$

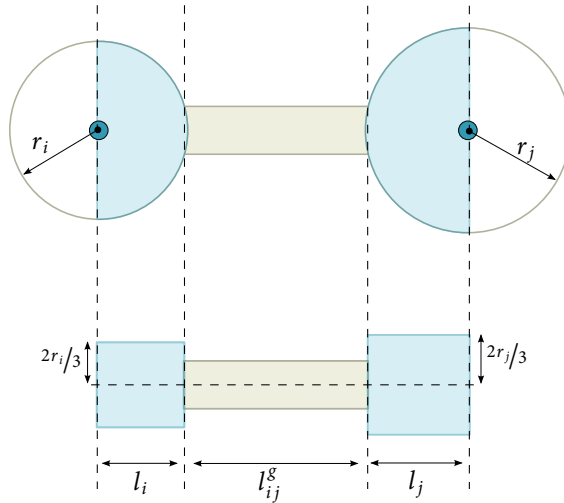


Figura 8.2: Simplificação da resistência hidráulica do conjunto poro-garganta-poro utilizando o conceito de raio hidráulico (§3.1.1). Repare que somente metade de cada poro é contabilizado para cada garganta.

Conseguimos, portanto, a matriz $[\Omega^{-1}]$, a qual nos permite solucionar o sistema linear, eq. (8.2), e obter o vetor das diferenças de pressão $[\Delta p]$.

Como todo o espaço poroso está preenchido, e ocorre um fluxo estacionário, o sistema linear resolve de uma só vez as pressões em todos os poros.

8.4 FLUXO Q ENTRE POROS

Após a solução do sistema linear da eq. (8.2), as pressões em cada poro nos são conhecidas, além das já calculadas resistências. Dessa forma, estamos aptos a dar prosseguimento ao cálculo do fluxo Q_{ij} entre os poros i e j utilizando para tanto a eq. (2.11),

$$Q_{ij} = -\Omega_{ij}^{-1} \Delta p_{ij} \quad . \quad (8.5)$$

8.5 LEI DE DARCY: UMA EQUAÇÃO MACROSCÓPICA

Quando se define a eq. (2.2), considera-se o fluxo que atravessa uma seção reta A . Portanto, precisamos computar os fluxos que se encontram aproximadamente em uma mesma seção reta. Podemos então considerar apenas as gargantas que estão ligadas, por exemplo, à face de entrada, ou à de saída,

$$Q = \sum_{\text{entrada}} Q_{ij} = \sum_{\text{saída}} Q_{ij} \quad , \quad (8.6)$$

que substituído na própria eq. (2.2), resultará,

$$k = - \frac{\eta L Q}{A (p_{sai} - p_{ent})} \quad . \quad (8.7)$$

8.6 EXEMPLO

Nesta seção desenvolvemos os cálculos para a simples rede da Fig. 8.3 para testarmos a consistência do modelo, bem como alertar os percalços matemáticos mais destacados.

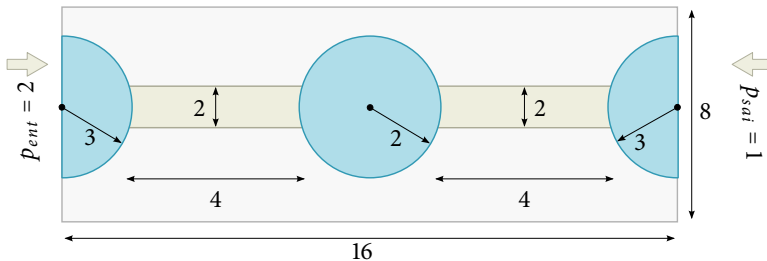


Figura 8.3: Rede simples para o exemplo.

Supomos as medidas sem as respectivas unidades. Consideramos ainda que a viscosidade do fluido seja $\eta = 1$;

1. Determinando a matriz com as resistências dos poros:

Primeiramente, vamos usar a eq. (8.4). Para os poros conectados, temos,

$$\Omega_{12} = \Omega_{21} = \Omega_{23} = \Omega_{32} = \frac{5}{\pi} .$$

Para os poros que não estão conectados, consideramos que estão ligados por gargantas com resistência muito grande, infinita, na verdade. Fazemos o mesmo para os elementos Ω_{ii} , tendo em vista que não faz sentido falar de algo que se conecta a si mesmo.

Implicando em,

$$[\Omega^{-1}] = \frac{\pi}{5} \times \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

2. O vetor Δp_{ij} e as condições de contorno:

Através desse vetor, introduzimos as condições de contorno macroscópicas, a saber, $p_1 = 2$ e $p_3 = 1$.

3. O sistema linear da eq. (8.1):

O sistema linear é, portanto,

$$\begin{aligned} \Omega_{11}^{-1} (p_1 - p_1) + \Omega_{12}^{-1} (p_2 - p_1) + \Omega_{13}^{-1} (p_3 - p_1) &= 0 \\ \Omega_{21}^{-1} (p_1 - p_2) + \Omega_{22}^{-1} (p_2 - p_2) + \Omega_{23}^{-1} (p_3 - p_2) &= 0 \\ \Omega_{31}^{-1} (p_1 - p_3) + \Omega_{32}^{-1} (p_2 - p_3) + \Omega_{33}^{-1} (p_3 - p_3) &= 0 \end{aligned} .$$

Um cuidado adicional é importante neste ponto. Uma desavisada manipulação poderia nos guiar a um beco sem saída, tendo em vista que os elementos da diagonal principal são zeros. Isso, porém, pode ser contornado se reescrevermos o sistema da seguinte forma,

$$\begin{bmatrix} \sum_{j=1}^3 \Omega_{1j}^{-1} & -\Omega_{12}^{-1} & -\Omega_{13}^{-1} \\ -\Omega_{21}^{-1} & \sum_{j=1}^3 \Omega_{2j}^{-1} & -\Omega_{23}^{-1} \\ -\Omega_{31}^{-1} & -\Omega_{32}^{-1} & \sum_{j=1}^3 \Omega_{3j}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_1 \Omega_{11}^{-1} \\ p_2 \Omega_{22}^{-1} \\ p_3 \Omega_{33}^{-1} \end{bmatrix} .$$

Como a resistência hidráulica independe da ordem que rede é percorrida, vem que $\Omega_{ij}^{-1} = \Omega_{ji}^{-1}$, i.e., a matriz acima é simétrica. Para casos reais com muitos

poros, a matriz se revela como esparsa e de banda⁴.

Van Marcke *et al.* (2010) comenta – com um método diferente de modelização da imagem, porém, com um procedimento similar de determinação da permeabilidade⁵ – que os poros da rede são numerados de forma a minimizar a largura de banda da matriz, economizando memória em seu armazenamento.

Substituindo os valores obtidos acima, vem que,

$$\begin{bmatrix} (0+1+0) & -1 & 0 \\ -1 & (1+0+1) & -1 \\ 0 & -1 & (0+1+0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ p_2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} .$$

As linhas da matriz relacionadas aos poros cujas pressões já conhecemos não fornecem resultados consistentes, e, portanto, nós as dispensamos por não serem equações válidas. Concentramo-nos apenas nas linhas relacionadas às equações das pressões desconhecidas. E, neste caso, somente a segunda linha nos será útil, a saber,

$$\begin{bmatrix} -1 & 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ p_2 \\ 1 \end{bmatrix} = 0 .$$

que resulta,

$$p_2 = 1,5 ,$$

o qual é plenamente coerente com as condições físicas do problema.

Uma breve reflexão sobre as condições de contorno é capaz de nos alertar que o sistema sempre terá uma única solução. Isso porque o número de equações é determinado pelo número de poros, mas nos poros das faces as informações são predeterminadas, e por isso, negligenciamos as linhas da matriz que fornecem as equações relacionadas a esses poros, resultando em um novo sistema com o mesmo número de equações e incógnitas.

⁴Uma matriz de banda (em inglês *banded matrix*) é tal que apenas os elementos da diagonal principal e seus vizinhos próximos assumem valores diferentes de zero, por exemplo,

$$\begin{array}{cccccc} a_{11} & * & . & . & . & . \\ . & a_{22} & * & . & . & . \\ . & * & a_{33} & * & . & . \\ . & * & * & a_{44} & . & . \\ . & . & . & * & a_{55} & . \end{array} ,$$

onde, “*” simboliza valores diferentes de zero, e “.” os zeros.

⁵Van Marcke *et al.* (2010) define permeabilidades locais e usa métodos de homogeneização para alcançar o domínio macroscópico. Nesta dissertação, faz sentido falar sobre permeabilidade apenas macroscopicamente.

4. O fluxo Q da eq. (8.5):

Para o cálculo do fluxo precisamos tomar alguns cuidados. O fluxo é na verdade um vetor, por isso, $Q_{12} = -Q_{21}$. Em outras palavras, o que sai de um poro entra em outro. Portanto, basta que tomemos o módulo do fluxo em apenas uma direção. Ou melhor, basta que contemos os fluxos nas gargantas sem nos preocuparmos com sua direção. Lembremos que devemos, de acordo com a eq. (8.6), considerar apenas as gargantas que estão ligadas à entrada ou à saída, escolhemos esta última,

$$Q_{23} = \left| -\frac{\pi}{5} (1,0 - 1,5) \right| = \frac{\pi}{10} .$$

Resultando,

$$Q = Q_{23} ,$$

$$Q = \frac{\pi}{10} .$$

5. A permeabilidade k da eq. (8.7):

Por fim, substituindo os valores conhecidos na eq. (8.7), o valor da permeabilidade para o meio poroso da Fig. 8.3 será,

$$k = -\frac{1 \times 16 \times \frac{\pi}{10}}{\pi \times 4^2 \times (1 - 2)} ,$$

$$k = \frac{1}{10} .$$

8.7 COMENTÁRIOS E CRÍTICAS

Na eq. (8.4), por se tratar de um escoamento monofásico, substituímos $G = 1$, por definição (ver §3.1.2). Apesar disso, os trabalhos de Velásquez (2009) e Dong (2007) consideram o fator de forma G como uma correção meramente geométrica, e a aplicam mesmo a escoamentos monofásicos. Esse equívoco conceitual pode ser facilmente subestimado devido à margem de erro admissível nesse tipo de inferência. E ainda pode ser mascarado pelo ajuste dos parâmetros do algoritmo que transforma a estrutura porosa em componentes regulares⁶.

Como perspectiva futura, um próximo passo seria acoplar a equação de Young-Laplace (ver eq. (4.1) à p. 60) e estender o método para lidar com

⁶Observemos que Velásquez (2009) não utiliza a-BM.

escoamentos bifásicos, e tentar de descrever curvas de pressão capilar. A esta altura, essa extensão nos parece razoável, e não vislumbramos, a princípio, dificuldades maiores.

Parte III

Resultados e discussão

9 RESULTADOS

Neste capítulo apresentamos os resultados da caracterização de imagens de cinco amostras: três arenitos, designadas por A1, A2 e A3; e dois carbonatos, C1 e C2. Trata-se de imagens 3D captadas pela técnica de microtomografia de raios-X. A Fig. 9.1 exibe uma fatia para cada uma das amostras.

É importante destacar que *estamos realizando a análise das imagens, não das amostras em si*. Isso significa que estamos sempre limitados pela resolução da imagem. Essa limitação explica a diferença entre valores de porosidade experimental e aquele obtido por análise de imagens (ver no final deste capítulo a Tab. 9.2): imagens apresentam valores de porosidade abaixo do valor experimental já que não são capazes de representar informações abaixo de sua resolução. Para A3, 18,5% de porosidade a partir da imagem original, enquanto que a medida experimental revelou 28,3%. Para materiais que apresentam severa heterogeneidade em sua estrutura porosa, como é o caso dos carbonatos, essa discrepância é considerável, como é o caso de C2, 11,7% das imagens e 30,9% do experimento.

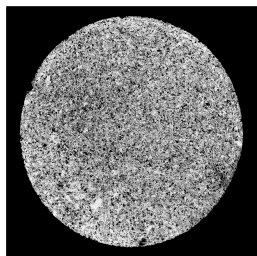
De acordo com esses dados de C2, observamos que para descrever esse tipo de rocha a partir de imagens, faz-se necessária a composição de várias escalas de resolução. Por isso, ressaltamos que não é nosso objetivo realizar a caracterização de carbonatos e outras rochas heterogêneas, apenas utilizamos suas imagens para aplicação do algoritmo das bolas máximas¹.

Para desenvolver o estudo em questão, partimos de uma imagem microtomográfica binarizada 3D de 700 *voxels* ao cubo, e com o programa Imago² calculamos a correlação espacial, ver Fig. 9.2. A partir dessas informações, podemos admitir volumes elementares menores para otimizar o desempenho computacional sem perder representatividade. Após 100 *voxels* constatamos uma flutuação em torno de um valor fixo para todas as amostras – exceto para C1 –, e portanto escolhemos o volume elementar representativo como sendo três vezes esse valor, i.e., 300 *voxels*. Para C1, adotamos 500 *voxels*.

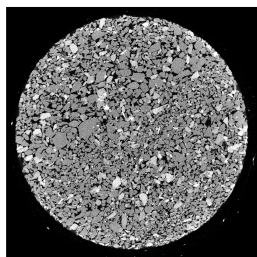
Ainda com o mesmo programa, obtemos a distribuição de tamanho de poros por morfologia matemática (DTP-M). O algoritmo das bolas máximas (a-BM), dá-nos, por sua vez, a distribuição de poros esféricos (DT-PE) e de gargantas cilíndricas (DT-GC), cujos dados combinamos para confeccionar a DTP-BM (bolas máximas), esta última sintetiza as informações de toda a fase porosa após ser processada pelo algoritmo. Além disso, a-BM fornece a

¹Para uma análise mais criteriosa dos carbonatos referenciamos os trabalhos de Iara Frangiotti Mantovani e Denise Prado Kronbauer que encontram-se em fase de desenvolvimentos.

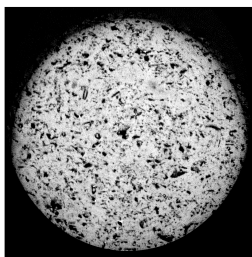
²Imago é um programa desenvolvido por uma parceria entre o laboratório LMPT e as empresas ESSS e Petrobras. Nesta dissertação utilizamos a versão 2.3.30 de dezembro de 2008.



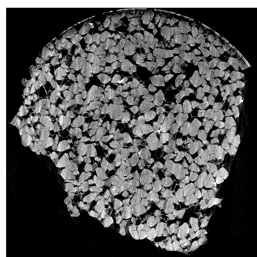
C2.

Resolução: 3,90 μm .

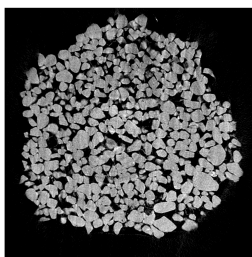
A3.

Resolução: 3,90 μm .

C1.

Resolução: 17,0 μm .

A1.

Resolução: 2,4 μm .

A2.

Resolução: 3,4 μm .**Figura 9.1:** Imagens de fatias dos meios porosos utilizados.

distribuição de números de coordenação (DNC³), que conforme discutimos em §3.1, simboliza a quantidade de gargantas que partem (ou chegam) a um poro.

³A DNC é uma frequência que contabiliza o número de poros com determinado número de coordenação e divide pelo número total de poros.

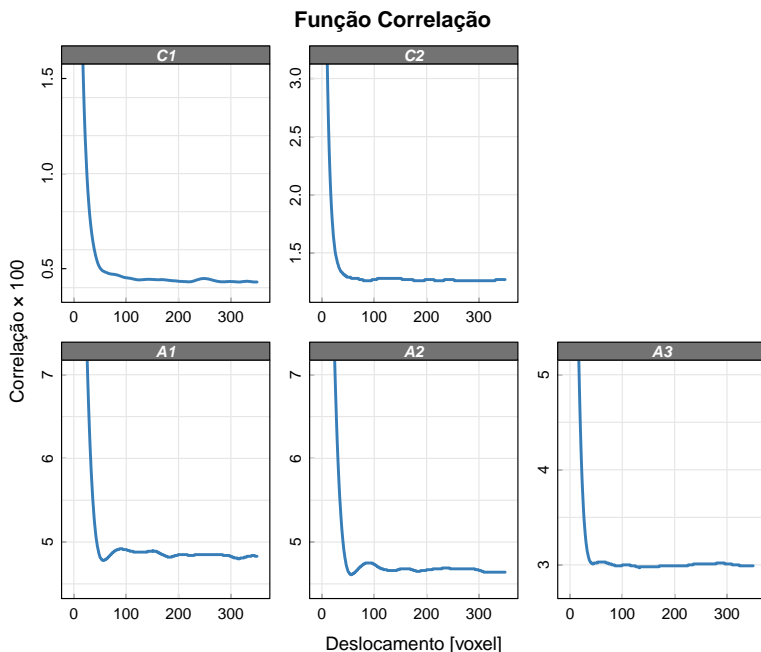


Figura 9.2: Função correlação para as diversas amostras calculadas em imagens com 700 *voxels* ao cubo.

9.1 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Nesta seção, apresentamos e discutimos os resultados obtidos após a aplicação do algoritmo das bolas máximas.

9.1.1 Porosidade

Percebemos, como primeiro resultado, que o valor da porosidade obtido por a-BM é menor que o da imagem original, e esta última, conforme comentamos, é menor que aquela determinada experimentalmente (ver Tab. 9.2). Notemos que a primeira relação é facilmente entendível, pois alguns *voxels* da fase porosa são descartados durante as etapas do algoritmo BM, principalmente nas etapas em que avalia-se desigualdades no domínio discreto (ver §7.2).

9.1.2 Comparação entre distribuição de poros via morfologia (DTP-M) e via algoritmo das bolas máximas (DTP-BM)

A obtenção da DTP por morfologia matemática já é uma metodologia estabelecida. Por isso, comparamos seus resultados com os do algoritmo BM para verificar a consistência deste último.

Durante a construção da DTP por morfologia matemática, lembremos da discussão em §6.2.1 à p. 83, todo espaço vazio é contemplado indistintamente pelo procedimento. Por outro lado, quando aplicamos a-BM para calcular DTP-BM, o processo de aglutinação contabiliza pequenas estrangulações ao poro principal (Fig. 9.3), ressaltando poros maiores. Por isso, é esperado que em DTP-M contemple mais os poros menores em detrimento dos maiores, se comparado à DT-BM. Salientamos que os dados são comparados por medidas ponderadas por volume.

Fase porosa

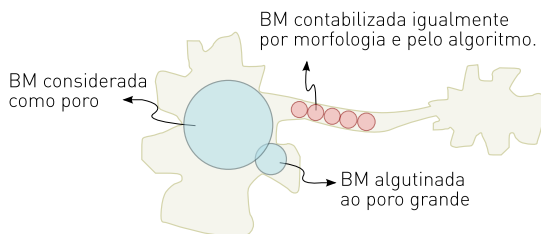


Figura 9.3: Comparação entre morfologia e o algoritmo BM.

De acordo com os gráficos da Fig. 9.4, todas as amostras averiguadas se comportaram como previsto no parágrafo anterior. Além disso, os dois procedimentos medem com proximidade os valores máximos dos raios. Atestamos, dessa forma, a consistência dos resultados gerados por a-BM.

Para compararmos as frequências, agrupamos os volumes dos objetos com mesmo raio de tal forma que a fração não reconhece o que é poro esférico ou garganta cilíndrica, e revela apenas a fase porosa indistintamente.

Observou-se na distribuição de tamanho de poros proveniente da morfologia matemática um comportamento sistemático. Reparemos que em todos os gráficos, existe uma queda considerável no sétimo ponto, e nos casos em que ainda se pode notar, percebe-se o mesmo comportamento no décimo sétimo ponto. Sua causa não foi diagnosticada. Tal comportamento pode estar associado com as distorções decorrentes da aplicação das operações morfológicas em domínios discretos (ver §B.1).

Distribuição de tamanho de poros (fase porosa não segmentada)

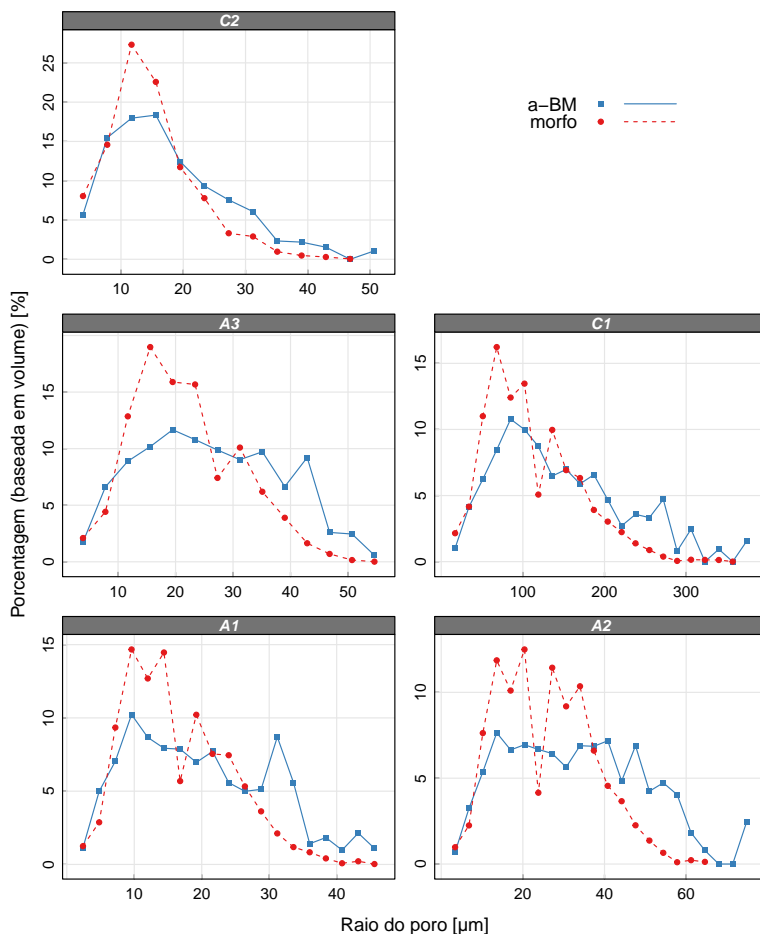


Figura 9.4: Comparação entre as distribuições de tamanho de poros geradas por morfologia e pelo algoritmo das bolas máximas.

9.1.3 Distribuição de tamanho de poros esféricos, gargantas cilíndricas e de número de coordenação

Retornemos por um momento aos comentários em §7.2 à p. 93. Àquele ponto, discurremos que a escolha dos parâmetros do algoritmo das bolas máximas está atrelada à sua capacidade de concordar com os dados experimentais.

Uma conclusão equivalente podemos tecer sobre o significado das distri-

buições de tamanho de poros esféricos (DT-PE) e gargantas cilíndricas (DT-GC) e de números de coordenação (DNC) exibidos nos gráficos deste capítulo. Ou seja, essas informações servem como impressão digital da metodologia de extração da rede, e de como essa rede resultante pode ser útil para simular e prever propriedades de escoamentos. Em outras palavras, a superestimação ou subestimação desses parâmetros assumirá caráter indelével nas grandezas provenientes dessa simulação. Portanto, a plena utilidade de DT-PE e DT-GC se manifestará diante da comparação com outros métodos de extração da rede.

Para o caso desta dissertação, onde não tecemos paralelos entre métodos diferentes, usamos esses dados para visualizar as peculiaridades de cada rocha, usando-os comparativamente para as amostras aqui estudadas.

Distribuição de números de coordenação (DNC)

Atentemos para a Fig. 9.5 que exibe as DNC para cada imagem. Notamos que A1, A2 e A3 possuem comportamentos semelhantes, com média de 3,82, 3,76 e 3,15, respectivamente; e valores máximos bastante próximos, 20, 19 e 20, respectivamente. Concordamos, dessa forma, com Dong (2007, p. 161), que para arenitos encontrou número coordenação médio entre 3,15 e 4,77.

C1 e C2 possuem mais de 50% dos poros com NC iguais 0 (poro isolado) ou 1 garganta; também se assemelham nas médias, 1,31 e 1,75, respectivamente; e seus máximos não distam consideravelmente, 10 e 17, respectivamente. Esse comportamento foi encontrado por Dong (2007).

Distribuição tamanho de poros esféricos (DT-PE)

Na Fig. 9.6, as linhas contínuas (em azul) representam as DT-PE das amostras estudadas.

Podemos notar que os gráficos de A1, A2 e A3 possuem certa similaridade, concentrando seus poros em torno de um valor que é quatro vezes o valor de suas resoluções, que são 2,40 μm , 3,40 μm e 3,9 μm , respectivamente. Além disso, possuem valores médios próximos, a saber, 11,1 μm , 17,6 μm e 14,3 μm respectivamente. Os raios máximos são: A1, 43,7 μm ; A2, 73,2 μm ; e A3, 52,9 μm .

Por sua vez, C1 e C2 deslocam seu pico para duas vezes o valor de suas resoluções, que são 17,0 μm e 3,90 μm , respectivamente. Em contrapartida, seus máximos e médias distam admiravelmente. C1 tem máximo 369 μm e média 54,0 μm . E C2, máximo de 49,0 μm e média 8,12 μm .

A Tab. 9.2 apresenta outros dados das amostras.

Distribuição de números de coordenação

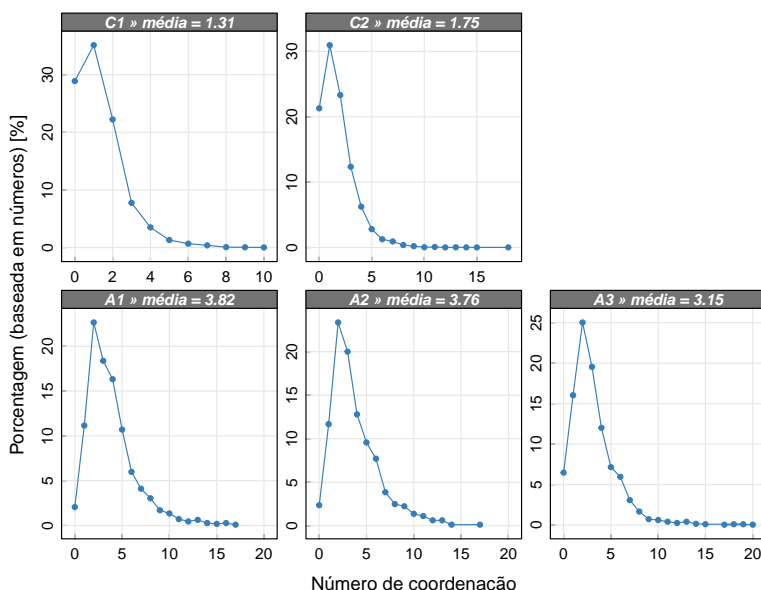


Figura 9.5: Distribuição de números de coordenação para as diversas amostras.

Distribuição tamanho de gargantas cilíndricas (DT-GC)

Na mesma Fig. 9.6, as linhas tracejadas (em vermelho) exibem as DT-GC dos materiais averiguados.

A DTP-GC de A1, A2 e A3 concentram suas distribuições em torno de duas vezes o valor da resolução. Para A1, esse entorno concentra aproximadamente 70% das gargantas, resultando em uma média de 4,84 μm , valor que é aproximadamente duas vezes sua resolução, a saber, 2,40 μm . Para A2, essa região aglomera mais de 50% dos objetos, e tem como média 7,80 μm , que é um pouco maior do que duas vezes a resolução de 3,4 μm . Para A3, quase 80% das gargantas se concentram nesse entorno, e tem como média 6,61 μm , que também é um pouco menor que duas vezes sua resolução que vale 3,90 μm .

A maior parte das gargantas dos meios C1 e C2, por sua vez, possui raio cujo comprimento equivale à resolução da imagem. Para C1 esse máximo beira aos 30% dos objetos e média de 27,2 μm , e para C2 ultrapassa 60% com 6,61 μm de média.

Encontram-se na Tab. 9.2 outros dados referentes aos meios estudados.

Distribuição de tamanho de poros e gargantas (a-BM)

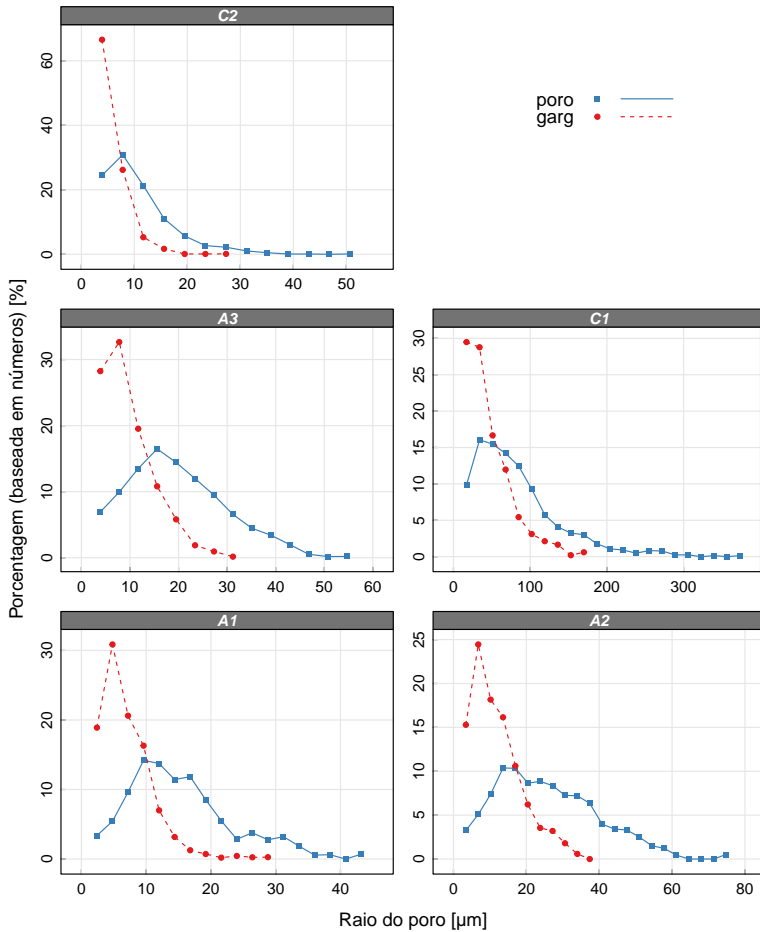


Figura 9.6: Distribuição de tamanho de poros esféricos e gargantas cilíndricas dadas pelo algoritmo das bolas máximas.

Resolução insuficiente

Para os resultados provenientes da aplicação de a-BM, segundo Dong (2007, p. 161), quando DNC exibe consideráveis frações com valor 0 (poros isolados) e 1, *pode ser* um sinal da insuficiência da resolução da imagem para identificar gargantas menores que um *voxel*. O mesmo raciocínio pode ser

aplicado quando encontramos uma grande fração de poros ou gargantas com tamanhos próximos a um *voxel*.

Sendo assim, cruzando as informações dos gráficos das Fig. 9.5 e 9.6, constatamos que as imagens consideradas na caracterização de C1 e C2 são inadequadas por não serem capazes de revelar suficientemente a estrutura porosa. Em outras palavras, o método concorda consistentemente com uma informação previamente conhecida.

9.1.4 Permeabilidade

Dispomos de apenas dois resultados experimentais para a permeabilidade. Para A2, cujo valor experimental de 5000 mD, obtivemos 5602 mD. E para A3, cujo valor experimental de 4000 mD, obtivemos 1282 mD.

Na Tab. 9.1 estão dispostos outros resultados de permeabilidade para as demais imagens usadas. Os valores calculados para os carbonatos são facilmente compreensíveis, tendo em vista nossa discussão prévia sobre a insuficiência de caraterizar um material heterogêneo por uma única resolução espacial. Nesse caso, poros conectados na estrutura porosa aparecem desconexos na imagem, resultando em valores nulos para a permeabilidade.

Tabela 9.1: Permeabilidade das amostras (mD).

	A1	A2	A3	C1	C2
<i>Algoritmo BM</i>					
Eixo <i>x</i>	3064	5988	945,0	0	0
Eixo <i>y</i>	1940	4417	1400	0	0
Eixo <i>z</i>	3364	6401	1500	0	0
Média	2789	5602	1282	0	0
<i>Experimental</i> ^a					
- ^b		5000	4000	125	-

^a Valor cedido por CENPES/Petrobras.

^b Valores indisponíveis.

Tabela 9.2: Dados das amostras.

	A1	A2	A3	C1	C2
Resolução (μm)	2,40	3,40	3,90	17,0	3,90
Tamanho (<i>voxels</i> ³)	300	300	300	500	300
Porosidade ^a (%)	21,0	22,1	18,5	6,84	11,7
Porosidade ^b (%)	- ^c	-	28,3	-	30,9

Dados do algoritmo BM

Porosidade (%)	20,4	21,6	18,2	6,78	11,5
Nº poros isolados	61	19	124	1289	1333
Nº poros não-isolados	2534	805	1914	4461	6258
Nº gargantas	4818	1514	3012	2927	5489

Nº de coordenação

Média	3,82	3,76	3,15	1,31	1,75
Máximo	20	19	20	10	17
Mínimo	0	0	0	0	0

Raio dos poros (μm)

Média	11,1	17,6	14,3	54,0	8,12
Máximo	43,7	73,2	52,9	369	49,0
Mínimo	2,19	3,11	3,56	15,5	3,56

Raio das gargantas (μm)

Média	4,84	7,80	6,61	27,2	3,83
Máximo	27,8	35,7	31,8	166	25,6
Mínimo	1,20	1,70	1,95	8,50	1,95

^a Valor calculado com o programa Imago (antes da aplicação de a-BM).

^b Valor cedido por CENPES/Petrobras.

^c Valores indisponíveis.

10 CONCLUSÃO

*“E onde a sorte há de te levar
Saiba, o caminho é o fim, mais que chegar”*

Rodrigo Amarante

O presente trabalho versa sobre a caracterização de estruturas porosas fazendo uso de imagens microtomográficas e suas análises. Sua motivação repousa na tentativa de ser uma técnica alternativa às dificuldades experimentais de determinação de grandezas físicas de rochas.

Com um processamento relativamente leve dessas imagens, somos capazes de calcular grandezas como porosidade e correlação espacial, além da distribuição de tamanho de poros (via morfologia matemática).

Porém, em circunstâncias que requerem a realização de um fenômeno físico, faz-se necessário simplificar as imagens microtomográficas visando amenizar os esforços computacionais, tendo em vista a complexidade da estrutura porosa. Com tal finalidade aplicamos o *algoritmo das bolas máximas* (a-BM) que transforma a irregular fase porosa na rede poro-ligações, com poros esféricos e gargantas cilíndricas. Nessa nova rede, somos aptos a medir outras propriedades, como a nova distribuição de tamanho de poros e gargantas, e a de número de coordenação.

Essa metodologia foi percorrida para cinco amostras de rochas: três arenitos (A1, A2 e A3) e dois carbonatos (C1 e C2). A partir da função correlação, definimos o volume elementar representativo, e sobre tal aplicamos a-BM, obtendo as citadas grandezas.

Para testar a validade da aplicação de a-BM, primeiramente comparamos sua distribuição de tamanho de poros (fase porosa não segmentada, ver p. 108) com aquela proveniente da morfologia matemática, e como primeiro resultado, constatamos uma consistente previsão: a morfologia matemática tende a ressaltar os poros menores, enquanto que a-BM destaca poros maiores. Além disso, ambas as técnicas encontram valores máximos de raios com boa proximidade.

Para as rochas areníticas estudadas, encontramos números de coordenação médios entre 3,15 e 3,82, valores que concordam com as previsões de Dong (2007), o intervalo de 3,15–4,77. Para A1, o valor médio dos poros esféricos é 11,1 μm com máximo de 43,7 μm ; as gargantas cilíndricas possuem média de 4,84 μm , com máximo de 27,8. Para A2, a média dos poros é 17,6 μm com máximo de 73,2 μm ; já as gargantas possuem média de 7,80 μm , e máximo de 35,7. Para A3, observamos uma média de poros com 14,3 μm com máximo de 52,9 μm ; e média de gargantas com 6,61 μm , e máximo de 31,8.

Para os carbonatos, rochas que apresentam maior heterogeneidade, C1 e C2, nosso estudo constatou a insuficiência da resolução da imagem para a escala de observação estudada, concordando consistentemente com a sabida afirmação da existência de múltiplas escalas de tamanho de poros encontradas nesse tipo de rocha. Ou seja, em suas respectivas distribuições de números de coordenação, os poros com valores 0 (poro isolado) e 1 são considerável maioria. Além disso, a maior parcela de gargantas cilíndricas possui raio com comprimento da resolução da imagem. Para C1, observamos ainda a média de poros no valor de $54,0\ \mu\text{m}$, e máximo de $369\ \mu\text{m}$; e médias para as gargantas de $27,2\ \mu\text{m}$, com máximo $166\ \mu\text{m}$. Para C2, o valor médio dos poros é $8,12\ \mu\text{m}$, e máximo de $49,0\ \mu\text{m}$; e valor médio das gargantas com $3,83\ \mu\text{m}$, e máximo com $25,6\ \mu\text{m}$.

Cálculo da permeabilidade absoluta

Uma útil consequência da aplicação do algoritmo das bolas máximas – e destacado resultado desta dissertação – é nossa proposição de um método semi-analítico para calcular a permeabilidade absoluta. Seu desenrolar, via a macroscópica equação da Lei de Darcy, culmina com a simples resolução de um sistema linear de uma matriz esparsa. O método ambiciona ser uma alternativa mais veloz às típicas simulações de escoamentos de fluidos, como os modelos de gás em rede de Boltzmann e método dos volumes finitos.

Julgamos como razoável o resultado obtido para A3, 1282 mD, se comparado com o valor experimental de 4000 mD. E como bom para A2, 5602 mD, cujo valor experimental é 5000 mD.

Conforme dissemos anteriormente, os carbonatos C1 e C2 são materiais que não podem ser representados estatisticamente por uma única escala, e dessa forma, uma única resolução é insuficiente para revelar relevantes partes da estrutura porosa, fazendo com que a fase porosa apareça desconexa nas imagens captadas, resultando em um valores nulos de permeabilidade para ambas as imagens.

10.1 CONSIDERAÇÕES FINAIS E TRABALHOS FUTUROS

Naturalmente, a validade dos resultados encontrados depende sobremaneira da capacidade de concordar com os dados experimentais de porosidade, permeabilidade e distribuição de tamanho de poros. Como proposta para futuros trabalhos, distinguimos a necessidade de ampliar essa confrontação, julgando a validade da abordagem aqui percorrida.

Ademais, para avaliar o sucesso do algoritmo das bolas máximas propomos a comparação dos resultados simulatórios gerados a partir de outras técnicas de extração de redes poro-ligações.

De maneira geral, as críticas advindas dos essenciais desacordos entre previsão e experimento devem mirar, sobretudo, os pontos salientes do algoritmo das bolas máximas, i.e., os valores dos parâmetros que podem arbitrariamente ser alterados. E desse diálogo devem surgir observações que alimentem retroativamente a capacidade de ajuste do modelo aos dados.

Como etapa imediatamente posterior, por fim, propomos a expansão do método de cálculo de permeabilidade para que seja capaz de lidar com escoamentos bifásicos e, via equação de Young-Laplace, prever curvas de pressão capilar.

Parte IV

Apêndices

A A EQUAÇÃO DE YOUNG-LAPLACE

Neste capítulo, efetuamos a derivação da equação de Young-Laplace, eq. (4.1), que é responsável por associar a diferença entre as pressões dos fluidos molhante e o não molhante, que denominamos de pressão capilar, e o raio do tubo capilar. Fazemos uso, no desenvolvimento que segue, alguns conceitos mencionados em §4.

A.1 TENSÃO SUPERFICIAL

Tomemos, por exemplo, uma gota de água. Na ausência de qualquer força de campo, como a gravidade, ela tende a assumir uma forma esférica. Esse fenômeno é devido à fina película que encerra seu volume, e que se comporta de maneira a diminuir a superfície que envolve esse gota. Em outras palavras, trata-se de uma configuração de energia mínima (Prigogine & Kondepudi, 1999, seção 5.6).

Microscopicamente, a fina película mencionada acima tem origem na configuração assimétrica de forças que as partículas situadas nas extremidades do líquido estão sujeitas, i.e., elas são atraídas para o interior do volume (Fig. A.1).

Em termos mecânicos, a tensão superficial σ é definida em termos da força F tangencial à superfície em questão e perpendicular à curva L que encerra

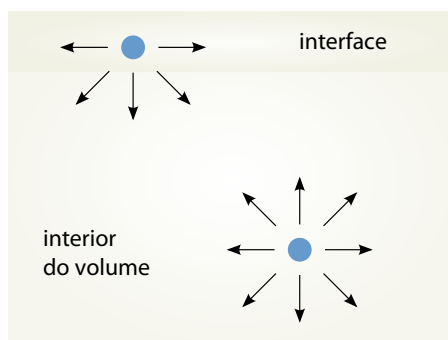


Figura A.1: Tensão superficial provocada pela configuração assimétrica de forças.

a superfície em questão (Fig. A.2).

$$\sigma = \frac{F}{L} \quad .$$

Ainda sobre a Fig. A.2, constatamos que o trabalho mecânico W realizado pela força F sobre a curva L para deslocá-la de dx é dado por,

$$\begin{aligned} W &= F \, dx \quad , \\ &= \sigma L \, dx \quad , \\ &= \sigma dA \quad , \end{aligned}$$

onde definimos $dA = L \, dx$. Isso nos permite uma nova interpretação acerca da tensão superficial σ ,

$$\sigma = \frac{W}{dA} \quad ,$$

resumindo,

$$\sigma \equiv \left[\frac{\text{Força}}{\text{Comprimento}} \right] \equiv \left[\frac{\text{Energia}}{\text{Área}} \right] \quad . \quad (\text{A.1})$$

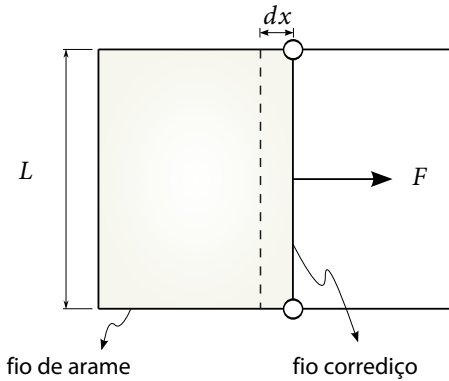


Figura A.2: Tensão superficial.

A.2 CAPILARIDADE

Conforme vimos em §4, quando colocamos um tubo capilar na presença de dois fluidos um deles invade o tubo capilar, constituindo-se na fase molhante. Após cessar a invasão, percebe-se do ponto de vista macroscópicos que o sistema atingiu o equilíbrio. Nessa configuração ocorre a compensação entre as forças

de tensão e as forças de pressão (Fig. A.3). Matematicamente, exprimimos,

$$\sum \mathbf{F}_{\text{tensão}} + \sum \mathbf{F}_{\text{pressão}} = \mathbf{0} \quad .$$

Devido à simetria horizontal do sistema, constatamos (Fig. A.3) que as forças de pressão se anulam nessa direção. Ademais, não observamos forças de tensão na direção horizontal.

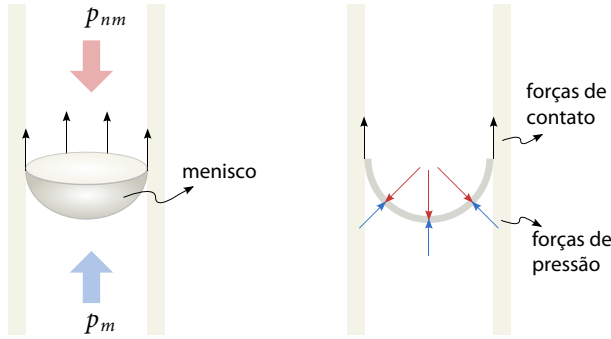


Figura A.3: Forças atuantes após a invasão capilar.

Por conseguinte, reescrevemos a eq. (A.1) considerando apenas a direção vertical,

$$\begin{aligned} \sigma L &= (p_{nm} - p_m) A \quad , \\ \sigma 2\pi r_M &= (p_{nm} - p_m) 4\pi r_M^2 \quad , \\ (p_{nm} - p_m) &= \frac{\sigma}{2r_M} \quad , \end{aligned} \tag{A.2}$$

onde r_M é o raio da superfície esférica do menisco formado. A equação acima representa um caso particular da equação de Young-Laplace quando a superfície em questão é uma esfera. Além disso, a partir da Fig. A.4, concluímos que $r_c = r_M \cos \theta$, resultando, por fim, na eq. (4.2) utilizada na p. 60, a qual reescrevemos abaixo,

$$(p_{nm} - p_m) \equiv p_c = \frac{2\sigma}{r_c} \cos \theta \quad . \tag{A.3}$$

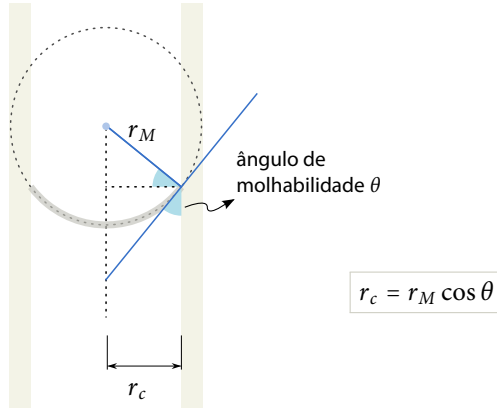


Figura A.4: Relação entre o raio do tubo capilar r_c e o raio da superfície esférica do menisco r_M .

A.3 DEDUÇÃO DA EQUAÇÃO DE YOUNG-LAPLACE PARA UMA SUPERFÍCIE QUALQUER

A eq. (A.3) é um caso particular de uma equação mais geral aplicada quando a superfície do menisco é esférica. Vamos agora deduzir a equação de Young-Laplace para o caso em que o menisco possui uma superfície arbitrária¹.

Consideremos um elemento de área dA parametrizado pelos comprimentos de arco ds_1 e ds_2 , conforme Fig. A.5, ou seja,

$$dA = ds_1 ds_2 \quad .$$

De acordo com a Fig. A.6, a força df_2 possui componente paralela ao vetor normal \hat{n} , que designaremos por df_2^{\parallel} ; e componente perpendicular, df_2^{\perp} . Lembremos que estamos interessando apenas na primeira delas tendo em vista a configuração simétrica na direção horizontal, conforme Fig. A.3.

$$df_2^{\parallel} = df_2 \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{d\theta_1}{2}\right) = df_2 \sin \frac{d\theta_1}{2} \quad .$$

Considerando que estamos lidando com pequenos ângulos $d\theta_1$, efetua-

¹Nesta seção incorreremos no risco de tratar incorretamente as grandezas físicas do ponto de vista matemático. Optamos por esse desenvolvimento com o intuito de dispensar a necessidade do formalismo tensorial. Não obstante, isso não comprometerá o entendimento.

mos a aproximação

$$\sin \frac{d\theta_1}{2} \approx \frac{d\theta_1}{2} \quad .$$

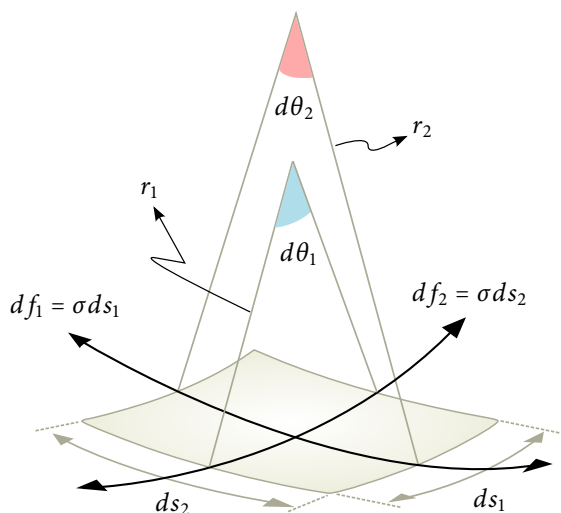


Figura A.5: Elemento de superfície (Fonte: Prandtl & Tietjens, 1934).

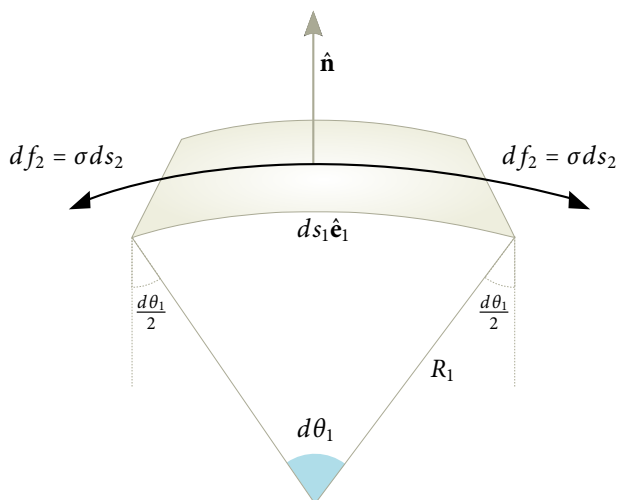


Figura A.6: Relações entre o ângulo $d\theta_1$, o raio R_1 e o comprimento de arco ds_1 .

E ainda da mesma figura,

$$\begin{aligned} df_2 &= \sigma ds_2 \quad , \\ d\theta_1 &= \frac{ds_1}{R_1} \quad . \end{aligned}$$

Computando a contribuição das duas forças, concluímos que,

$$df_2^{\parallel} = \frac{\sigma}{R_1} ds_1 ds_2 \quad .$$

Analogamente, a componente paralela à normal \hat{n} da força df_1 é,

$$df_1^{\parallel} = \frac{\sigma}{R_2} ds_1 ds_2 \quad .$$

A força resultante na direção normal é, portanto,

$$\begin{aligned} df^{\parallel} &= \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \sigma ds_1 ds_2 \quad , \\ &= \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \sigma dA \quad . \end{aligned}$$

Invocando a condição de equilíbrio mecânico entre as forças de contato, obtida acima, e as forças de pressão, vem que,

$$(p_{nm} - p_m) dA + df^{\parallel} dA = 0 \quad ,$$

que resulta, por fim,

$$(p_{nm} - p_m) = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \sigma \quad ,$$

que é a famosa equação de Young-Laplace. As grandezas R_1 e R_2 são os raios de curvatura de uma superfície tomados em direções ortogonais, os quais em um menisco de forma esférica são exatamente o mesmo, reobtendo, assim, a eq. (A.2).

B NOÇÕES BÁSICAS SOBRE IMAGENS DIGITAIS

Este apêndice busca trazer algumas noções ínfimas acerca do conceito de uma imagem digital. Apesar de sua brevidade, essas noções são suficientes para a leitura desta dissertação.

Definição B.1 (Pedrini & Schwartz (2007, p. 14)). Uma imagem pode ser definida como uma função de intensidade luminosa, denotada por $f(x,y)$, cujo valor ou amplitude nas coordenadas espaciais (x,y) fornece a intensidade ou o brilho da imagem naquele ponto.

A Fig. B.1 exemplifica a definição acima.

Chama-se *amostragem* a discretização do domínio (x,y) da imagem f , e a essas amostras associa-se uma matriz $m \times n$,

$$f(x,y) \sim \begin{bmatrix} f(1,1) & f(1,2) & \dots & f(1,n) \\ f(2,1) & f(2,2) & \dots & f(2,n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f(m,1) & f(m,2) & \dots & f(m,n) \end{bmatrix}. \quad (\text{B.1})$$

Cada elemento dessa matriz é chamado de *pixel*, que é um acrônimo do inglês *picture element*.

A maneira como é armazenada a informação da intensidade – ou seja, os limites de $f(x,y)$ – é chamada de *quantização*. Quando somente dois valores são possíveis, tem-se uma *imagem binária*. Em outras palavras, os elementos

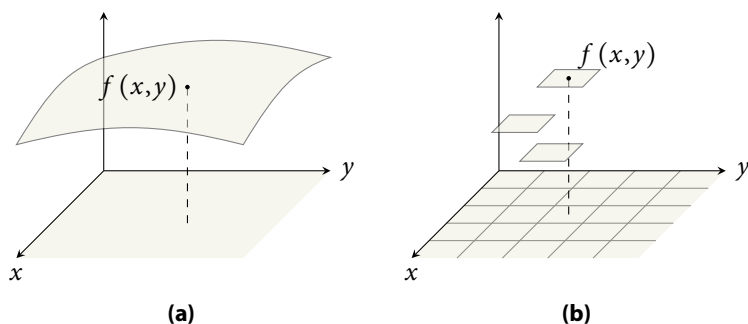


Figura B.1: Podemos modelizar uma imagem por uma função $f(x,y)$ de intensidade ou brilho da luz captada. a) Função imagem contínua. b) Função imagem discreta ou *digital*.



Figura B.2: a) Exemplo de imagem em escala de cinza com valores entre 0 e 255. b) Binarização da imagem ao lado. Neste caso, transformamos os valores $f(x,y) \geq 70$ em 1, e os $f(x,y) < 70$ em 0.

da matriz da eq. (B.1) assumem apenas o valor 0 ou 1, arbitrariamente se atribui a cor preta ao valor 0 e branco ao 1.

Em uma *imagem monocromática*, por exemplo, permite-se que $f(x,y)$ varie entre 0 (preto) e 255 (branco), e juntamente com os valores inteiros intermediários definem uma *escala de cinza*.

Para uma imagem 3D, a função f possui como argumento adicional, a coordenada z . Consequentemente, teremos uma matriz com $m \times n \times p$ dimensões. Neste caso, cada elemento da matriz será denominado *voxel*, acrônimo do inglês *volume element*.

Resolução espacial de uma imagem digital

Em uma imagem digital, o conceito de *resolução espacial* está associado à densidade de *pixels*. A Fig. B.3 ilustra esse conceito.

Na prática, utiliza-se apenas as dimensões r_1 e r_2 para designar a resolução. Exemplo: a resolução da imagem da Fig. B.3a é $r_1 = 1$ cm, e possui resolução espacial menor que aquela da Fig. B.3b, onde $r_2 = 0,5$ cm.

B.1 MORFOLOGIA MATEMÁTICA EM ESPAÇOS DISCRETOS

Em §6.2.1, discorreremos sobre as ideias intuitivas da teoria da morfologia matemática. Naquela ocasião, lidamos exclusivamente com formas no domínio do contínuo.

No domínio discreto, entretanto, a ideia de vizinhança de um ponto não é mais a mesma. E isso influenciará a noção de elemento estruturante. A Fig. B.4 mostra alguns tipos de vizinhança de um *pixel* e *voxel*.

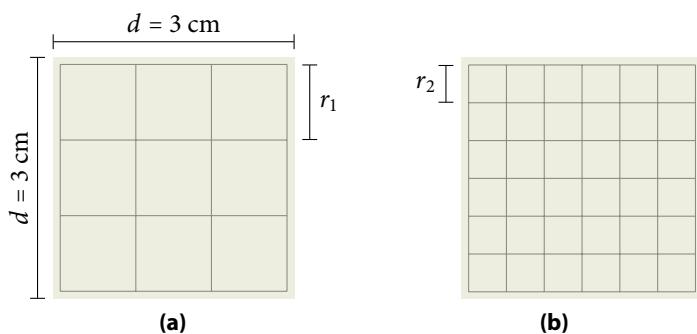
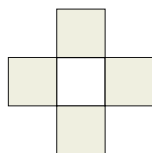
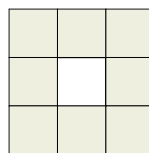


Figura B.3: Esquema ilustrando o conceito de resolução de uma imagem digital. *a)* Imagem com baixa resolução, na qual cada *pixel* possui dimensão $1 \text{ cm} \times 1 \text{ cm} = 1 \text{ cm}^2$. *b)* Imagem com alta resolução, neste caso, cada *pixel* possui dimensão $0,5 \text{ cm} \times 0,5 \text{ cm} = 0,25 \text{ cm}^2$.

Vizinhança de um pixel

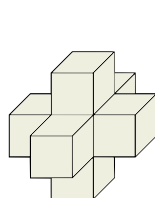


vizinhança-4

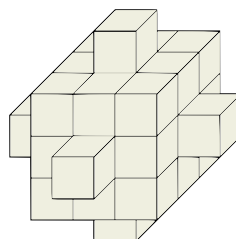


vizinhança-8

Vizinhança de um voxel



vizinhança-6



vizinhança-32

Figura B.4: Vizinhanças de *pixels* e *voxels*.

A métrica é uma função que quantifica a distância entre um *pixel* qualquer e sua vizinhança. E a partir dessa função, podemos definir bolas no espaço métrico utilizado, e consequentemente o elemento estruturante para as operações morfológicas.

Definição B.2 (Pedrini & Schwartz (2007, p. 33)). Dados os *pixels* f_1 , f_2 e f_3 , com coordenadas (x_1, y_1) , (x_2, y_2) e (x_3, y_3) , respectivamente, qualquer métrica D deve satisfazer todas as seguintes propriedades:

- i. $D(f_1, f_2) \geq 0$, sendo que $D(f_1, f_2) = 0$ se, e somente se, $f_1 = f_2$.
- ii. $D(f_1, f_2) = D(f_2, f_1)$.
- iii. $D(f_1, f_3) \leq D(f_1, f_2) + D(f_2, f_3)$.

A conhecida distância Euclidiana entre dois *pixels* f_1 e f_2 é definida como,

$$D_E(f_1, f_2) = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}.$$

Intuitivamente para o caso contínuo e a métrica Euclidiana, dizemos que a região que está a uma distância menor ou igual a um valor r do ponto f_1 é um *bola* de raio r e centro em f_1 . Podemos transportar esse entendimento para o caso discreto, de tal forma que uma bola com raio $r = 2$ e centro 0 será conforme mostrada na Fig. B.5.

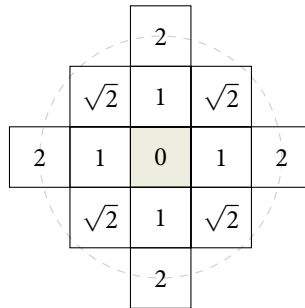


Figura B.5: Bola de raio $r = 2$ pela distância Euclidiana no caso discreto.

Segundo Pedrini & Schwartz (2007, p. 33), apesar da distância Euclidiana estar mais próxima do caso contínuo, ela requer mais esforço computacional por lidar com números não inteiros. Visando contornar esse obstáculo, redefine-se a métrica de tal forma que a bola de raio $r = 2$ aparecerá conforme na Fig. B.6. A essa nova métrica chamamos D_{3-4} .

As vizinhanças da Fig. B.4 podem ser interpretadas como uma bola de acordo com determinada métrica. A vizinhança-32 pode ser considerada, por

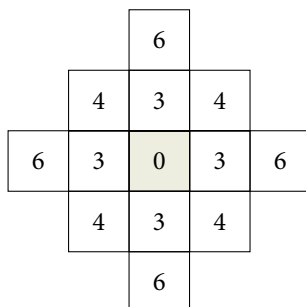


Figura B.6: Aproximação da bola Euclidiana de $r = 2$ pela métrica D_{3-4} .

exemplo, como uma bola 3D Euclidiana de raio $r = 2$ aproximada pela métrica que chamamos de D_{3-4-5} . No programa Imago, escolhemos tal métrica para realizar as operações morfológicas.

C PUBLICAÇÕES

Neste apêndice relacionamos as publicações desenvolvidas no período do mestrado.

PUBLICAÇÕES RELACIONADAS COM O TEMA

2011

5. **Cunha A R, Kronbauer D P & Fernandes C P**
TÍTULO “*A semi-analytical method to determine absolute permeability in a pore network model.*”
RESUMO In this paper we develop a semi-analytical procedure to determine the absolute permeability of a pore network model, which is a post-processing of a porous media microtomographical image. We underscore all phenomenological assumptions and point out some misleadings in current literature. In the end we present two main future perspectives.
4. **Cunha A R, Moreira A C, Mantovani I F, Kronbauer D P & Fernandes C P**
TÍTULO “*Determinação de propriedades petrofísicas de rochas via simulação: um caminho interdisciplinar.*”
RESUMO No presente trabalho, tratamos de um problema vindo das ciências aplicadas, a potencialização da extração petrolífera, com o objetivo de destacar seu caráter interdisciplinar. Acompanhamos as principais etapas da determinação de parâmetros petrofísicos de rochas via simulação de fenômenos físicos. Intentamos a exposição dos conceitos pertinentes e nos referimos à literatura para detalhes técnicos específicos. A importância dos ensaios físicos no desenvolvimento de algoritmos simulatórios, assim como a relevância da colaboração de profissionais de diferentes áreas para uma pesquisa científica abrangente são abordados em uma breve discussão no final do texto. A intenção é mostrar a amplitude das aplicações da física, discutindo as aproximações e limitações da descrição do problema em questão.
3. **Cunha A R, Moreira A C, Mantovani I F, Kronbauer D P e Fernandes C P**
TÍTULO “*Matemáticas, materiales porosos y imágenes.*”
RESUMO La investigación sobre medios porosos tiene creciente demanda en parte de la comunidad científica actual, y intenta la mejora de las técnicas conocidas de ese tipo de caracterización, así como el desarrollo de nuevas metodologías. Análisis de imágenes es una técnica muy prometedora en esta área temática, llevando en su equipaje una base matemática que la permite ser posible, preciso y más exacto. En este trabajo proponemos una introducción a algunas ideas que transitan en el estudio teórico sobre materiales porosos. Adoptaremos una abordaje que culmine en el uso de análisis y procesamiento de imágenes, demostrando su utilidad como herramienta en ese dominio y proveemos cuándo necesario referencias más avanzadas.

PUBLICAÇÕES DIVERSAS

2011

2. **Cunha A R e Gomes G G**

- TÍTULO** “*Física Moderna no Ensino Médio e sua necessidade de sincronização conceitual.*”
RESUMO Nesta breve nota, argumentamos sobre a necessidade de sincronização entre os desenvolvimentos propiciados pela parte da física moderna e aquilo que é ensinado no ensino médio, principalmente sobre o conceito da grandeza massa. Fazendo uso de uma questão de vestibular recente, buscamos exemplificar, do ponto de vista técnico, os equívocos cometidos bem como a pertinência e emergência deste assunto.

1. **Cunha A R**

- TÍTULO** “*Understanding ergodic hypothesis via analogies.*”
RESUMO In this paper, we propose the underscoring of hidden physical features of the ergodic hypothesis through the construction of analogies. We pursue the determination of macroscopic properties by building properly averages procedures. We warn that we have not as objectives to contemplate advanced implications of this hypothesis, neither to investigate equivalent formulations of it. In this cases, some works will be referenced.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Adler, P. M.; Jacquin, C. G. & Quiblier, J. A. **Flow in simulated porous media-flow in simulated porous media.** *International Journal of Multiphase Flow*, 16:691–712, 1990. p.[74]
- Akin, S. & Kovscek, A. R. **Computed tomography in petroleum engineering research.** In: Mees, F.; Swennen, R.; Geet, M. V. & Jacobs, P., editores, *Applications of X-ray Computed Tomography in the Geosciences*, n. 215. Geological Society Special Publications, 2003. p.[76]
- Al-Kharusi, A. S. Z. **Pore-scale characterization of carbonate rocks.** Tese de Doutorado, Imperial College London, 2007. p.[47, 77, 78, 88, 89, 95]
- Bakke, S. & Øren, P. E. **3-d pore-scale modelling of sandstones and flow simulations in the pore networks.** *SPE Journal*, 2:136–149, 1997. p.[50, 95]
- Bartholomew, R. N. & Casagrande, R. M. **Measuring solids concentration in fluidized systems by gamma-ray absorption.** *Industrial and Engineering Chemistry*, 49(3):428–431, 1957. p.[76]
- Bear, J. **Dynamics of Fluids in Porous Media.** Dover Publications, Inc, 1988. Reedção da versão publicada por Elsevier em 1972. p.[61]
- Blunt, M. & King, P. **Relative permeabilities from 2-dimensional and 3-dimensional pore-scale network modeling.** *Transport in Porous Media*, 6:407–433, 1991. p.[77]
- Chatzis, I. & Dullien, F. **Modelling pore structures by 2-d and 3-d networks with application to sandstones.** *Journal of Canadian Petroleum Technology*, 16:97–108, 1977. p.[77]
- Chilingar, G.; Buryakovsky, L.; Eremenko, N. & Gorfunkel, M. **Geology and geochemistry of oil and gas**, vol. 52 de *Developments in petroleum science*. Elsevier, 2005. p.[71]
- Delerue, J. & Perrier, E. **DXSoil, a library for 3D image analysis in soil science.** *Computers and Geosciences*, 28:1041–1050, 2002. p.[47]

- Delerue, J.; Perrier, E. & Velde, B. **New algorithms in 3D image analysis and their application to the measurement of a spatialized pore size distribution in soils.** *Physics and Chemistry of the Earth A*, 24(7):639–644, 1999. p.[47, 78]
- Delhomme, J. P. & de Marsily, G. **Flow in porous media: an attempt to outline Georges Matheron's contributions.** In: Bilodeau, M.; Meyer, F. & Schmitt, M., editores, *Space, Structure and Randomness*. Springer, 2005. p.[84]
- Diógenes, A. N. **Reconstrução tridimensional de meios porosos utilizando técnicas de Simulated Annealing.** Tese de Doutorado, Universidade Federal de Santa Catarina, 2009. p.[74]
- Dixit, A.; McDougall, S. & Sorbie, K. **Analysis of relative permeability hysteresis trends in mixed-wet porous media using network models.** In: *Proceedings of the 11th Symposium on Improved Oil Recovery*, Tulsa. Society of Petroleum Engineers, 1998. p.[77]
- Dong, H. **Micro-CT imaging and pore network extraction.** Tese de Doutorado, Imperial College London, 2007. p.[30, 77, 85, 89, 90, 92, 93, 95, 101, 110, 112, 115]
- Dougherty, E. R. & Lotufo, R. A. **Hands-on Morphological Image Processing.** SPIE Publications, 2003. p.[90]
- Dullien, F. A. L. **Porous Media, Second Edition: Fluid Transport and Pore Structure.** Academic Press, Inc., 1979. p.[29, 35, 49]
- Dunsmuir, J. H.; Ferguson, S. R.; D'Amico, K. L. & Stokes, J. P. **X-ray microtomography: a new tool for the characterization of porous media.** In: *Proceedings of 66th Annual Technical Conference and Exhibition of the Society of Petroleum Engineers*, Dallas, TX, n. SPE 22860, 1991. p.[77]
- Fatt, I. **The network model of porous media I: capillary characteristics.** *Petroleum Transactions, American Institute of Mining Engineering*, 207: 144–159, 1956a. p.[77]
- Fatt, I. **The network model of porous media II: dynamic properties of a single size tube network.** *Petroleum Transactions, American Institute of Mining Engineering*, 207:160–163, 1956b. p.[77]

- Fatt, I. **The network model of porous media III: dynamic properties of networks with tube radius distribution.** *Petroleum Transactions, American Institute of Mining Engineering*, 207:164–181, 1956c. p.[77]
- Feldkamp, L. A.; Davis, L. C. & Kress., J. W. **Practical cone-beam algorithm.** *J. Opt. Soc. Am.*, 1(6):612–619, 1984. p.[77]
- Fernandes, C. P. **Engenharia de microestruturas: análise quantitativa de imagens e simulação de processos físicos.** Monografia. Universidade Federal de Santa Catarina, Janeiro 2002. p.[53]
- Fernandes, J. S.; Appoloni, C. R. & Fernandes, C. P. **Determinação de parâmetros microestruturais e reconstrução de imagens 3-d de rochas reservatório por microtomografia de raios-X.** *Revista Ciências Exatas e Naturais*, 11(1):35–47, 2009. p.[76]
- Gaspari, H. C. **Caracterização de microestruturas porosas a partir da análise de imagens digitais: permeabilidade intrínseca e fator de formação.** Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, 2006. p.[75]
- Ioannidis, M. A.; Kwiecien, M. & Chatzis, I. **Computer generation and application of 3-d model porous media: from pore-level geostatistics to the estimation of formation factor.** In: *Petroleum Computer Conference, 11-14 June 1995, Houston, Texas*, 1995. p.[74]
- Janesick, J. R. **Scientific Charge-Coupled Devices.** SPIE Publications, 2001. p.[76]
- Knackstedt, M.; Arns, C. H.; Ghouss, A.; Sakellariou, A.; Senden, T. J.; Shepard, A.; Sok, R. M.; Nguyen, V. & Pinczewski, W. V. **3d imaging and characterization of the pore space of carbonate core; implications to single and two phase flow properties.** In: *SPWLA 47th Annual Logging Symposium*, Junho, 4–7 2006. p.[88]
- Landisa, E. N. & Keane, D. T. **X-ray microtomography.** *Materials Characterization*, 61:1305–1316, 2010. p.[75]
- Liang, Z. R.; Fernandes, C. P.; Magnani, F. S. & Philippi, P. C. **A reconstruction technique for three-dimensional porous media using image analysis and fourier transforms.** *Journal of Petroleum Science and Engineering*,

- 21:273–283, 1998. p.[74]
- Liang, Z. R.; Philippi, P. C.; Fernandes, C. P. & Magnani, F. S. **Prediction of permeability from the skeleton of three-dimensional pore structure.** *SPE Journal*, 2(2):161–168, 1999. p.[95]
- Mandelbrot, B. B. **How long is the coast of Britain? Statistical self-similarity and fractional dimension.** *Science*, 156(3775):636–638, Maio de 1967. p.[80]
- Mason, G. & Morrow, N. R. **Capillary behaviour of a perfectly wetting liquid in irregular triangular tubes.** *Journal of Colloid and Interface Science*, 141:262–274, 1991. p.[50]
- Nussenzveig, H. M. **Curso de física básica**, vol. 2. Edgard Blucher, 2002. p.[33]
- Nutting, P. G. **Physical analysis of oil sands.** *American Association of Petroleum Geologists Bulletin*, 14:1337–1349, 1930. p.[41]
- Oertel, H., editor. **Prandtl's Essentials of Fluid Mechanics.** Springer-Verlag, 2 ed., 2004. p.[43]
- Okabe, H. & Blunt, M. **Pore space reconstruction using multiple-point statistics.** *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 46:121–137, 2005. p.[57]
- Øren, P. E. & Bakke, S. **Reconstruction of berea sandstone and pore-scale modeling of wettability effects.** *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 39:177–199, 2003. p.[93]
- Patzek, T. W. & Silin, D. B. **Shape factor and hydraulic conductance in noncircular capillaries.** *Journal of Colloid and Interface Science*, 236:295–304, 2001. p.[50]
- Pedrin, H. & Schwartz, R. W. **Análise de imagens digitais.** Thomson Pioneira, 2007. p.[73, 85, 127, 130]
- Peix, G.; Duvauchelle, P. & Freud, N. **General principles.** In: Baruchel, J.; Buffière, J. Y.; Maire, E.; Merle, P. & Peix, G., editores, *X-ray tomography in material science.* Hermes Science Publications, 2000. p.[76]

- Prandtl, L. & Tietjens, O. G. **Fundamentals of hydro- and aeromechanics**. McGraw-Hill Book Company, Inc., 1934. p.[34, 80, 125]
- Prigogine, I. & Kondepudi, D. **Termodinâmica**. Instituto Piaget, 1999. p.[121]
- Russ, J. C. **The image processing handbook**. CRC Press, 6 ed., 2011. p.[73]
- Santos, L. O. E.; Philippi, P. C.; Damiani, M. C. & Fernandes, C. P. **Using three-dimensional reconstructed microstructures for predicting intrinsic permeability of reservoir-rocks based on a boolean lattice gas method**. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 35:109–124, 2002. p.[74]
- Scheidegger, A. E. **Hydrodynamics in porous media**. In: Flügge, S. & Truesdell, C., editores, *Handbuch der Physik*, vol. VIII/2. Springer-Verlag, 1963. p.[40, 41]
- Scheidegger, A. E. **The physics of flow through porous media**. University of Toronto Press, 3ª ed., 1974. p.[35, 42]
- Schena, G.; Favretto, S.; Piller, M.; Radaelli, F. & Rossi, E. **Pore space characterisation and permeability prediction using fast network extraction and pore throat conductance calculation**. In: *Europec/EAGE Conference and Exhibition, 9-12 June 2008, Rome, Italy*, n. 113511-MS. SPE (Society of Petroleum Engineers), 2008. p.[87]
- Schena, G. & Favretto, S. **Pore space network characterization with sub-voxel definition**. *Transport in Porous Media*, 70:181–190, 2007. p.[87]
- Schmitt, M. **Caracterização do sistema poroso de rochas selantes combinando adsorção de nitrogênio e intrusão de mercúrio**. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Ciência e Engenharia de Materiais. UFSC, 2009. p.[68]
- Serra, J. **Image analysis and mathematical morphology**. Academic Press, Inc., 1982. p.[84]
- Sethian, J. A. **Level set methods and fast marching methods**. Cambridge University Press, 2 ed., 1999. p.[87]
- Shih, F. Y. **Image processing and mathematical morphology**. CRC Press,

2009. *p.*[84]
- Silin, D. & Patzek, T. **Pore space morphology analysis using maximal inscribed spheres.** *Physica A*, 371:330–360, 2006. *p.*[47, 78, 85, 89, 93]
- Silva, A. F. B. **Caracterização do espaço poroso em rochas por esferas máximas exatas.** Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, 2012. *p.*[30, 89, 92, 93]
- Soille, P. **Morphological image analysis.** Springer-Verlag, 2 ed., 2004. *p.*[84]
- Spurk, J. H. & Aksel, N. **Fluid Mechanics.** Springer-Verlag, 2 ed., 2008. *p.*[43]
- Tiab, D. & Donaldson, E. C. **Petrophysics.** Gulf Professional Publishing, 2a. ed., 2004. *p.*[71]
- Valvatne, P. H. & Blunt, M. J. **Predictive pore-scale modeling of two-phase flow in mixed wet media.** *Water Resources Research*, 40:W07406, 2004. *p.*[95]
- Van Marcke, P.; Verleye, B.; Carmeliet, J.; Roose, D. & Swennen, R. **An improved pore network model for the computation of the saturated permeability of porous rock.** *Transport in Porous Media*, 85(2):451–476, 2010. *p.*[77, 95, 100]
- Velásquez, M. I. R. **Escoamento de emulsões em meios porosos: experimentos e modelo de rede de capilares.** Tese de Doutorado, PUC, RJ, 2009. *p.*[95, 101]
- Vinegar, H. J. & Wellington, S. L. **Tomographic imaging of three-phase flow experiments.** *Review of Scientific Instruments*, 58(1):96–107, 1987. *p.*[77]
- Wolf, F. G. **Modelagem da interação fluido-sólido para simulação de molhabilidade e capilaridade usando o modelo Lattice-Boltzmann.** Tese de Doutorado, Universidade Federal de Santa Catarina, 2006. *p.*[61, 64]
- Wolf, F. G.; Santos, L. O. E. & Philippi, P. C. **Formação e dinâmica da interface líquido-vapor simulada pelo método lattice-boltzmann.** *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 28(2):167–175, 2006. *p.*[73]